TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI

32. BİLİM OLİMPİYATLARI – 2024
İKİNCİ AŞAMA SINAVI

ASTRONOMİ ve ASTROFİZİK

Soru Kitapçığı Türü

A

18 Aralık 2024 Çarşamba, 09.30 – 13.30

ADAYIN ADI SOYADI : ....
T.C. KİMLİK NO : ....
OKULU / SINIFI : ....

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav açık uçlu 10 sorudan (240 dk) oluşmaktadır.
- Sorular zorluk sırasında **değildir**. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- **Sınavda Yalnızca Mavi Tükenmez Kalem Kullanınız.**
- Okunmasını istemediğiniz kâğıtların üzerine, sayfayı kaplayacak şekilde çarpı (X) işareti çiziniz.
- Çözüm kâğıtlarınızda okunmasını istemediğiniz bölümleri kutu içerisine alıp üzerine çarpı (X) işareti çiziniz.
- Çözmediğiniz sorular için boş bir sayfaya sorunun numarasını yazıp **Soru Çözülmemiştir** notu düşünüz.
- Çözüm kâğıtlarının sadece ön yüzünü kullanınız ve üstteki bilgileri muhakkak doldurunuz.
- Sayfanın Sırası kutusunu doldururken;
  "*çözmekte olduğunuz sorunun kaçıncı sayfasında olduğunuzu*" ve "*o sorunun toplam sayfa sayısını*" üstteki tabloya giriniz. Örneğin 2. soruyu diyelim toplam 3 sayfada çözerseniz; her sayfada "Soru No: 2" yazıp her bir çözüm sayfası için "Sayfanın Sırası: 1/3", "Sayfanın Sırası: 2/3" ve "Sayfanın Sırası: 3/3" ile doldurmalısınız.

- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve geçerli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- TUBİTAK Bilim Olimpiyatı İkinci Aşama Sınavında sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve Olimpiyat Komitesi sorumlu tutulamaz. Olimpiyat Komitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyarmak zorunda değildir. Bu konuda sorumluluk adaya aittir.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

Başarılar dileriz.

Birimler

1 Å (Angström) $= 10^{-10}$ m $= 0.1$ nm

1 rad (radyan) $= 206265''$

1 AB (Astronomik Birim) $\simeq 1.5 \times 10^{11}$ m

1 pc (parsek) $= 206265$ AB $\simeq 3.09 \times 10^{16}$ m

1 erg s^{-1} $= 10^{-7}$ J s^{-1} $= 10^{-7}$ W

Balmer Çizgileri : H_α=656.3 nm, H_β=486.1 nm, H_γ=434.0 nm

Sabitler

Işık hızı	$c = 3 \times 10^8$ m s^{-1}
Işık yılı	1 ly $= 9.46 \times 10^{12}$ km
Kütleçekim sabiti	$G = 6.67 \times 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}
Stefan-Boltzmann sabiti	$\sigma = 5.6703992 \times 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4}
Planck sabiti	$h = 6.626 \times 10^{-34}$ J Hz^{-1}
Güneş'in yüzey sıcaklığı	$\mathrm{T}_\odot = 5800$ °K
Güneş'in ışınım gücü	$\mathrm{L}_\odot = 3.827 \times 10^{26}$ W
Güneş'in kütlesi	$\mathrm{M}_\odot = 1.989 \times 10^{30}$ kg $= 333030\ \mathrm{M}_\oplus$
Güneş'in yarıçapı	$\mathrm{R}_\odot = 696\ 340$ km
Güneş'in mutlak parlaklığı	$M_{\text{güneş}} = +4.83$ kadir
Güneş'in bolometrik mutlak parlaklığı	$M_{\text{güneş,bol}} = +4.75$ kadir
Güneş'in görünür parlaklığı	$m_{\text{güneş}} = -26.72$ kadir
Yer'in kütlesi	$\mathrm{M}_\oplus = 5.972 \times 10^{24}$ kg
Yer'in yarıçapı	$\mathrm{R}_\oplus = 6378$ km
Hubble sabiti	$H_0 = 70$ km s^{-1} Mpc^{-1}

Bağıntılar

Parlaklık Bağıntısı	$m_1 - m_2 = -2.5 \log (L_1/L_2)$
Wien yasası	$\lambda_{\max} T = 2.897771955 \times 10^{-3}$ m K
Doppler Kayması	$\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = \dfrac{V_{\mathrm{r}}}{c}$
Kepler'in üçüncü yasası	$a^3 = \dfrac{G}{4\pi^2}(M_1 + M_2)P^2$
Elips Denklemi (Kutupsal Koord.)	$r = \dfrac{a(1-e^2)}{1 + e\cos\theta}$
Ana kol $L - M$ Bağıntısı	$L/\mathrm{L}_\odot = (M/\mathrm{M}_\odot)^{3.5}$
Piksel Ölçeği	$\dfrac{\text{piksel boyutu}}{f} \times 206265$ ($''$/piksel)
Standart Sapma	$\sigma_x = \sqrt{\dfrac{\sum (x - x_{\mathrm{ort}})^2}{n-1}}$

UYARI

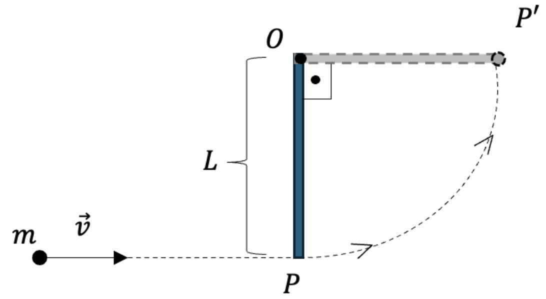
Birimlere dikkat ediniz.

Tüm ara işlemler ve hesaplamalar cevap kağıdında gösterilmelidir.

Nereden geldiği belli olmayan yanıtlar (doğru olsalar bile) kabul edilmeyecektir.

Soru 1.	T02-1

(**20 puan**) Hacmi ihmal edilebilecek m kütleli bir cisim yatay doğrultuda v süratiyle ilerlerken L uzunluğunda M kütleli ($M = 18m$) ince, homojen ve düşey yönelimde bir çubuğun P ucuna yapışır. Çubuk, diğer ucu (O noktası) etrafında serbestçe dönebilmekte, böylece çubuğa yapışan cisim çubuğu şekilde gösterildiği gibi döndürmeye başlamaktadır. Çubuğun bu eksen etrafındaki dönüşüne ilişkin eylemsizlik momenti $I = \frac{1}{3}ML^2$ olarak verilmiştir.



Bu çubuğun, P' noktasında yatay yönelime ulaşması (yani 90° dönebilmesi) için başlangıçta m kütleli cismin minimum süratini (v_{min}) kütleçekim ivmesinin büyüklüğü (g) ve çubuğun uzunluğu (L) cinsinden hesaplayınız.

Çözüm: Kütle çubuğa yapışmadan önce ve yapıştıktan hemen sonra sistemin (kütle + çubuk) açısal momentumunun korunması gerekir. O noktasına göre açısal momentum, ilk durumda $L_i = mvL$ ve yapışmanın hemen sonrasında $L_s = mv'L + I\omega$ yazılabilir. Ayrıca $v' = \omega L$ olarak ifade edilebilir. Böylece:

$$mvL = (mL^2 + I)\,\omega, \qquad v = \frac{mL^2 + I}{mL}\,\omega \qquad (\textbf{5 puan},\ 1)$$

Yapışma sonrasında ise herhangi bir korunumsuz kuvvet etkisinden söz edilmediği için mekanik enerjinin korunması söz konusu olacaktır. Kütle + Çubuk maksimum yüksekliğe ulaştığında kinetik enerjileri sıfır olacaktır, v süratinin bu yüksekliğe ulaşma şartını sağlayan minimum değeri elde edilebilir. Bu durumda:

$$\Delta K = -\Delta U \qquad (\textbf{5 puan},\ 2)$$

$$-\frac{1}{2}(mL^2 + I)\omega^2 = \left(0 + Mg\frac{L}{2}\right) - (M+m)gL \qquad (3)$$

$$\omega = \left(\frac{2gL\,(M/2 + m)}{mL^2 + I}\right)^{1/2} \qquad (4)$$

$$v_{\text{min}} = \left(\frac{mL^2 + I}{mL}\right)\left(\frac{2gL\,(M/2+m)}{mL^2 + I}\right)^{1/2} \qquad (5)$$

$$= \frac{1}{mL}\left[\left(mL^2 + I\right)2gL\,(M/2+m)\right]^{1/2} \qquad (\textbf{5 puan},\ 6)$$

$$\left[I = \frac{1}{3}ML^2\right] \qquad = \frac{1}{mL}\left[\left(mL^2 + \frac{1}{3}ML^2\right)2gL\,(M/2+m)\right]^{1/2} \qquad (7)$$

$$= \frac{(2gL)^{1/2}}{m}\left[(m + M/3)(M/2+m)\right]^{1/2} \qquad (8)$$

$$[M = 18m] \qquad = \frac{(2gL)^{1/2}}{m}\left[m^2(1+6)(9+1)\right]^{1/2} \qquad (9)$$

$$= (140gL)^{1/2} \qquad (\textbf{5 puan},\ 10)$$

Soru 2.	T12-1

Görsel çift sistem 70 Ophiuchi'nin paralaksı 196 milisaniye olarak ölçülüyor. Paralaktik kaymadan arındırılmış astrometrik gözlemler sonucu yoldaş bileşenin baş bileşen etrafındaki yörünge dönemi ise 87.7 yıl olarak belirlenmiştir. Göreli yörüngenin yarı-büyük eksen uzunluğu ise gökyüzünden 4.5 yaysaniye olarak ölçülüyor. Baş bileşenin parlaklığı 4.00 kadir ölçülürken yoldaş bileşeninki ise ölçülememiştir.

A) (**3 puan**) 70 Ophiuchi'nin Güneş Sistemine uzaklığını parsek cinsinden hesaplayınız.

B) (**4 puan**) 70 Ophiuchi'nin göreli yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğunu AB biriminden hesaplayınız.

C) (**5 puan**) Sistemin toplam kütlesini Güneş kütlesi biriminden hesaplayınız.

D) (**18 puan**) Her iki bileşeni anakol yıldızı varsayarak kütlelerini ayrı ayrı bulunuz.

Çözüm: (A) Paralaks ifadesinden hareketle sistemin uzaklığı aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\pi('') = \frac{1}{d\ (\mathrm{pc})} \Rightarrow d = \frac{1}{0.196} = 5.102\ \mathrm{pc} \tag{1}$$

(B) Küçük açılar yaklaşımı kullanılarak yarı-büyük eksen uzunluğu hesaplanır:

$$\alpha(\mathrm{rad}) = \frac{a}{d} \Rightarrow a(\mathrm{AB}) = \alpha('')d(\mathrm{pc}) \Rightarrow a(\mathrm{AB}) = 4.5 \times 5.102 \Rightarrow a = 22.959\ \mathrm{pc} \tag{2}$$

(C) Kepler'in 3. yasası Newton formunda yazılırken yarı-büyük eksen uzunluğu AB, yörünge dönemi Dünya yılı biriminde alınır:

$$a^3 = (M_1 + M_2)P^2 \Rightarrow M_T = M_1 + M_2 = \frac{a^3}{P^2} = \frac{22.959^3}{87.7^2} \to M_T = 1.574\ \mathrm{M}_\odot \tag{3}$$

(D) Baş bileşenin ışınım gücünün Güneş biriminde türetilmesi gerekir. Öncelikle baş bileşenin mutlak parlaklığı, uzaklık modülü kullanılarak hesaplanmalıdır:

$$m_1 - M_1 = -5 + 5\log d \Rightarrow 4.00 - M_1 = -5 + 5\log 5.102 \Rightarrow M_1 = 5.461 \qquad (\textbf{5 puan},\ 4)$$

Yıldızın ışınım gücünün hesabı için Pogson formülü kullanılır:

$$M_1 - \mathrm{M}_\odot = -2.5\log\frac{L_1}{\mathrm{L}_\odot} \Rightarrow 5.461 - 4.75 = -2.5\log\frac{L_1}{\mathrm{L}_\odot} \Rightarrow \frac{L_1}{\mathrm{L}_\odot} = 0.520 \Rightarrow L_1 = 0.520\ \mathrm{L}_\odot \qquad (\textbf{5 puan},\ 5)$$

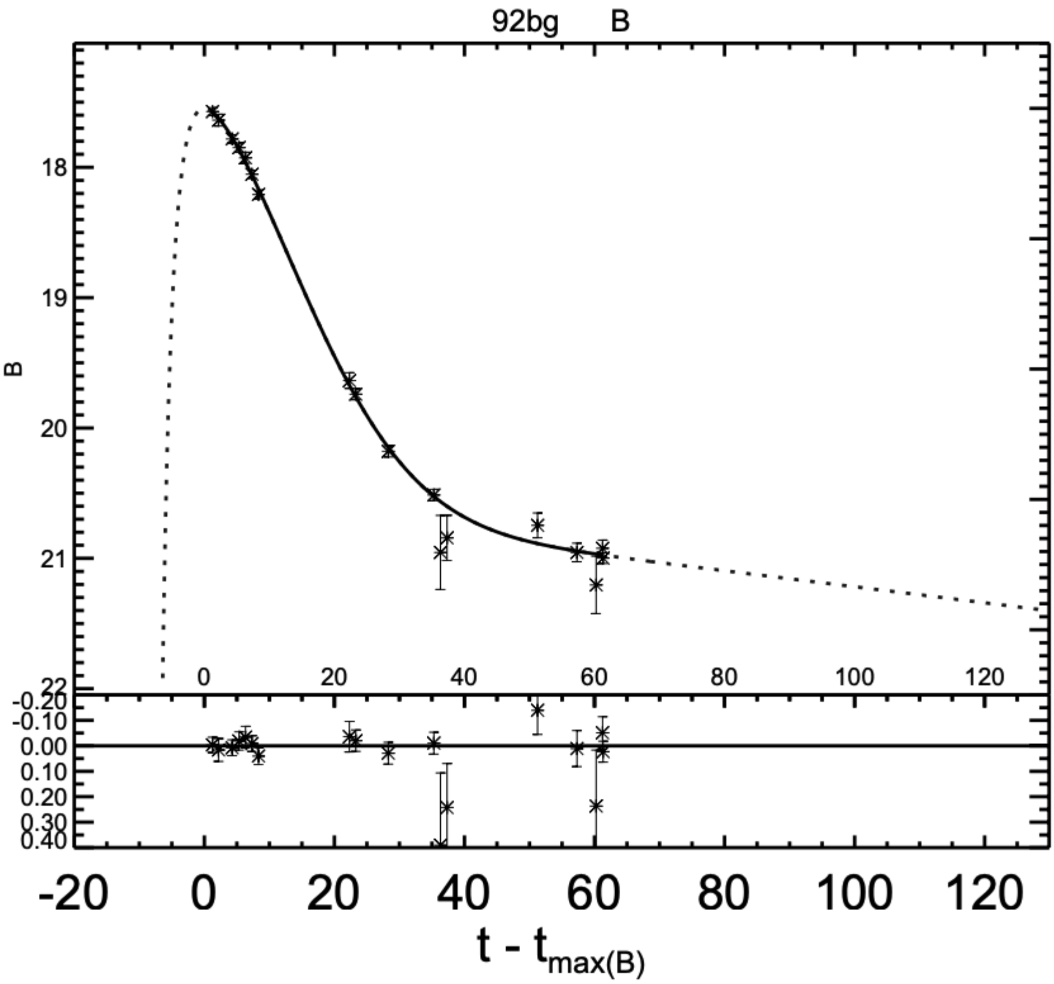
Ana kol yıldızlarının L-M ilişkisi kullanılarak cismin kütlesi bulunur:

$$\frac{L}{\mathrm{L}_\odot} = \left(\frac{M}{\mathrm{M}_\odot}\right)^{3.5} \Rightarrow M = 0.52^{1/3.5}\ \mathrm{M}_\odot = 0.830\ \mathrm{M}_\odot \qquad (\textbf{5 puan},\ 6)$$

Toplam kütle $M_T = 1.574\ \mathrm{M}_\odot$ verildiğinden ikinci bileşenin kütlesi:

$$M_T = M_1 + M_2 = 1.574\ \mathrm{M}_\odot \Rightarrow M_2 = 1.574 - 0.830 = 0.744\ \mathrm{M}_\odot \qquad (\textbf{3 puan},\ 7)$$

Soru 3.	T10-1



Yukarıdaki şekilde verilen ışık eğrisi 1992 yılında patlamış bir Tip Ia süpernovasına aittir. Süpernovanın parlaklık değişimine ait model, veri olan bölüm için düz siyah çizgiyle; veri olmayan bölüm için noktalı çizgiyle belirtilmiştir. Yatay eksende patlama maksimumundan itibaren geçen gün sayısı, dikey eksende ise B-bandında görünen parlaklık verilmektedir.

A) (**10 puan**) Hem Samanyolu'ndan hem de barınak galaksiden kaynaklanan sönümlemenin toplam $A_B = 0.61$ kadir olduğunu göz önüne alarak süpernovanın gerçekleştiği galaksinin uzaklığını Mpc cinsinden bulunuz.

B) (**5 puan**) Süpernovanın tayfından ölçülen dikine hızın 3100 km s^{-1} olduğunu dikkate alarak Hubble sabitinin değerini hesaplayınız.

Uyarı: Yaptığınız tüm varsayım veya kabulleri açıklayınız.

Çözüm: **(A)** Tip Ia süpernovalarının patlama maksimumunda mutlak parlaklıkları $M_{\mathrm{B}} = -19.5$ kadirdir (-19.5 ile -19 arası kullanılan değerler kabul edilir). Süpernovanın ışık eğrisi kullanılarak patlama maksimumundaki B-bandı görünen parlaklığı 17.6 olarak okunur (17.5-17.6 arası değerler tam puan alır). Pogson bağıntısı kullanılarak süpernovanın gerçekleştiği galaksinin uzaklığı bulunur:

$$17.6 - (-19.5) = 5 \times \log(d) - 5 + A_{\mathrm{B}} \Rightarrow d = 198.6 \text{ Mpc} \tag{1}$$

(B) Galaksinin uzaklığı ve soruda verilen dikine hızı kullanılarak Hubble Sabitinin değeri hesaplanır:

$$H_0 = V_r/d \Rightarrow H_0 = 15.6 \text{ km/s/Mpc} \tag{2}$$

Soru 4.	T05-1

Güneş Sistemine 50 pc uzaklıkta üçlü bir yıldız sistemindeki Trisolaris gezegeninden, Güneş'in dikine hız gözlemleri yapılıyor. Bu gözlemlerden Jüpiter'in yörünge dönemi 4322 Dünya günü olarak belirleniyor. Ayrıca Güneş'in ve Jüpiter'in yüzey sıcaklıklarını, sırasıyla 5800 K ve 165 K olarak hesaplanıyor. Gözlemlerden Güneş'in yarıçapının da doğru hesaplandığı bilinmektedir.

A) (**5 puan**) Geçiş geometrisini kullanarak Trisolaris astronomlarının Jüpiter'i Güneş önünden geçerken yakalama olasılığını yüzde olarak hesaplayınız.

B) (**5 puan**) Diyelim ki bu geçiş gözlenmiş olsun. Jüpiter'den hiç ışık alınmadığını, yörüngesinin çembersel olduğunu ve Jüpiter ile Güneş'in mükemmel birer küre olduklarını varsayalım. Güneş'ten alınan ışıktaki Jüpiter geçişi kaynaklı kaybın %1 olduğu gözlendiğine göre Jüpiter'in yarıçapını km cinsinden hesaplayınız.

C) (**5 puan**) Jüpiter Güneş'e en büyük uzaklığındayken, Jüpiter'in geçiş yapan bir gezegen olduğunu da değerlendirerek, Jüpiter'in Güneş'e olan açısal uzaklığını yaysaniyesi biriminden hesaplayınız.

D) (**5 puan**) Güneş ve Jüpiter'i karacisim varsayalım. Yukarıda hesapladığınız açısal uzaklıkta Jüpiter'i görüntüleyebilmek için ölçülmesi gereken iki cismin parlaklıkları oranını (kontrast) hesaplayınız.

Çözüm: (A) Tüm Güneş Sistemi nesneleri Güneş'ten çok küçük kütleye sahiptir. Dolayısıyla, yörünge dönemi (P) yıl, yörünge yarı-büyük eksen uzunluğu (a) Astronomi Birimi cinsinden alındığında, Kepler'in üçüncü yasası $a^3 = P^2$ şeklinde ifade ediliebilir. Bu durumda

$$a^3 = P^2 \Rightarrow a = (4322/365.25)^{2/3} = 5.19 \text{ AB} \tag{1}$$

Bir gezegen geçişinin geometrik olasılığı şu şekilde hesaplanır:

$$p = \frac{R_\star}{a} = \frac{6.957 \times 10^8 \text{ m}}{5.19 \times 1.496 \times 10^{11} \text{ m}} = 0.00089557 = 0.0896\% \tag{2}$$

(B) Bir gezegen geçişi sırasında yıldız diski üzerinde gezegen diskinin alanı kadar bir alan kapatılır. Dolayısıyla R_{jup} şu şekilde hesaplanır:

$$\delta = \frac{\pi R_{jup}^2}{\pi R_\odot^2} \Rightarrow \delta = \left(\frac{R_{jup}}{R_\odot}\right)^2 \Rightarrow R_{\text{jup}} = \sqrt{\delta} \times R_\odot = \sqrt{0.01} \times 6.9634 \times 10^5 = 69634 \text{ km} \tag{3}$$

(C) Geçiş sırasında Jüpiter'in yörüngesine yandan bakıldığında, Jüpiter Güneş'e yörüngesinin büyüklüğü kadar uzaktadır ($D = a_{\text{jup}} = 5.19$ AB). Güneş Sistemi de $d = 50$ pc uzaktayken açısal uzaklık şöyle hesaplanır:

$$\theta = \frac{5.19 \text{ AB}}{50 \text{ pc}} = 0.1038 \text{ yaysaniyesi} \tag{4}$$

(D) Varsayımları kullanıp ışınım güçlerini oranlamamız yeterli olur:

$$C = \frac{L_{\text{jup}}}{L_\odot} = \frac{4\pi R_{\text{jup}}^2 \sigma T_{\text{jup}}^4}{4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4} = \delta \left(\frac{T_{\text{jup}}}{T_\odot}\right)^4 = 0.01 \left(\frac{165}{5800}\right)^4 = 0.65 \times 10^{-10} \tag{5}$$

Soru 5.	T14-1

f/10 odak oranlı bir teleskop ile 500 nm dalgaboyunda gözlem yaparak 10 km çapındaki bir göktaşını 32 mm'lik göz merceği ile 800 kat büyütme elde ederek gözleyebilmekteyiz.

A) (**7 puan**) Teleskobun çapını metre cinsinden hesaplayınız.

B) (**8 puan**) Göktaşı ile Yer arasındaki uzaklığı metre cinsinden hesaplayınız.

Çözüm: (A) Odak uzunluğunun, göz merceği odak uzunluğuna oranı büyütme gücünü verir:

$$M = \frac{f}{f_{\text{obj}}} \Rightarrow 800 = \frac{f}{32} \Rightarrow f = 25600 \text{ mm} \tag{1}$$

Odak oranı ilişkisi kullanılarak ayna çapı bulunur:

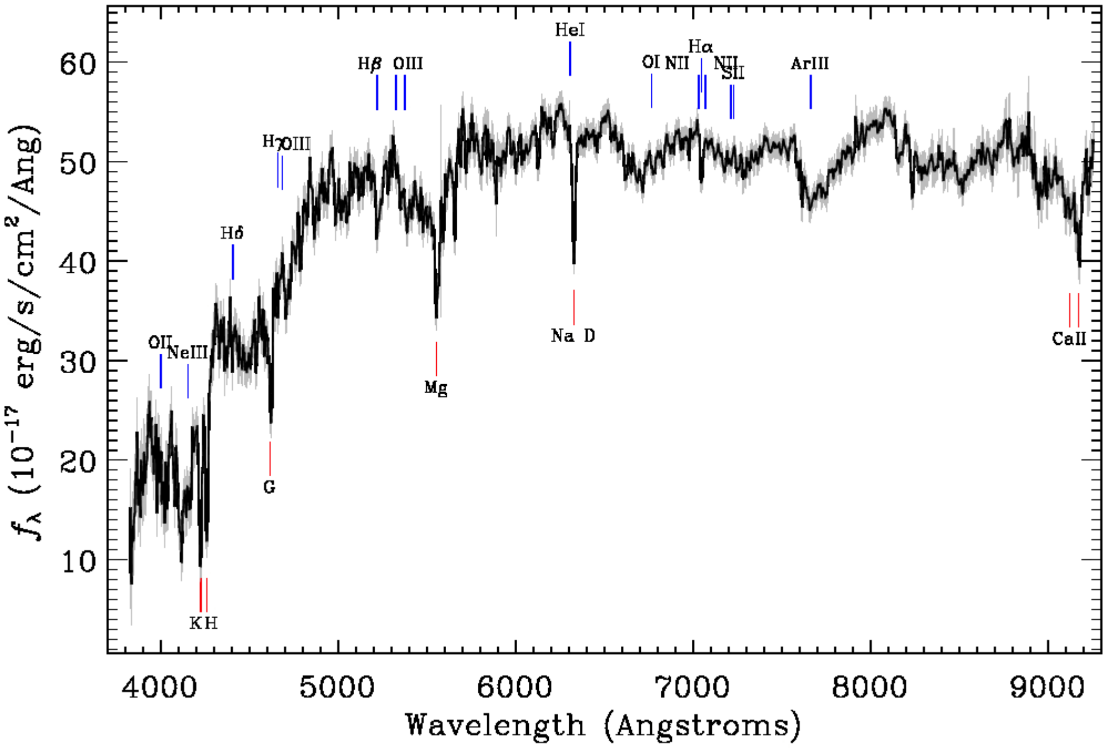
$$\text{f}/\# = \frac{f}{D} \Rightarrow 10 = \frac{25600}{D} \Rightarrow D = 2560 \text{ mm} = 2.56 \text{ m} \tag{2}$$

(B) Ayırma gücü ilişkisini kullanarak bulacağımız açı ile göktaşının d uzaklıktaki çapı orantılı olacaktır:

$$\theta = 1.22\frac{\lambda}{D} = \frac{D_{\text{göktaşı}}}{d_{\text{göktaşı}}} \Rightarrow 1.22\frac{5\times10^{-7}\text{ m}}{2.56\text{ m}} = \frac{10^4\text{ m}}{d_{\text{göktaşı}}} \Rightarrow d_{\text{göktaşı}} = 4.20\times10^{10}\text{ m} \tag{3}$$

Soru 6.	T09-1

Abell 2255 galaksi kümesindeki parlak (m=13.57) eliptik galaksilerden birine ait görüntü sağda ve tayfı ise aşağıda verilmektedir. Galaksinin ağırlıklı olarak K türü yıldızlardan oluştuğu varsayılabilir ($M_K = 0.7\ M_\odot$, $L_K = 0.3\ L_\odot$). Tayftaki bazı çizgilerin laboratuvar dalgaboyları şöyle verilmiştir: Ca II K&H: 3934 Å, 3969 Å; G-band: 4304 Å; Mg: 5175 Å; Na D: 5894 Å.



A) (**15 puan**) Galaksinin ışınım gücünü Güneş biriminde hesaplayınız.

B) (**10 puan**) Galaksinin yıldız kütlesini Güneş biriminde bulunuz.

Çözüm: (A) Soruda laboratuvar dalgaboyları verilen üç çizginin gözlenen dalgaboyları tayftan okunabilir. Okunan dalgaboyları ve Doppler bağıntısı kullanılarak galaksinin uzaklaşma hızı (dikine hızı) bulunur. Eğer birden fazla çizgi için V_r hesaplanırsa ortalaması kullanılabilir. Örneğin Na D çizgisi için:

$$\frac{6300 - 5894}{5894} \times c = V_r \Rightarrow V_r \simeq 20665 \text{ km } s^{-1} \tag{1}$$

Elde edilen dikine hız (veya kırmızıya kayma) düşük olduğundan Hubble-Lemaitre bağıntısı kullanılarak galaksinin uzaklığı bulunur:

$$d = V_r/H_0 = 295.2 \text{ Mpc} \tag{2}$$

Pogson bağıntısı kullanılarak galaksinin mutlak parlaklığı bulunur:

$$M = -23.78 \tag{3}$$

Parlaklık bağıntısı yardımıyla galaksinin ışınımgücü Güneş biriminde bulunur:

$$M_{\text{gal}} - M_\odot = -2.5 \times \log(L_{\text{gal}}/L_\odot) \Rightarrow L_{\text{gal}}/L_\odot = 10^{11.44} \quad \text{veya} \quad L_{\text{gal}} = 2.8 \times 10^{11} L_\odot \tag{4}$$

(B) Galaksinin K türü yıldızlardan oluştuğu varsayıldığına göre, toplam yıldız sayısı;

$$N_\star = L_{\rm gal}/L_{\rm K} = 9.3 \times 10^{11} \tag{5}$$

K yıldızlarının soruda verilen kütlesi kullanılarak galaksinin toplam yıldız kütlesi bulunur:

$$M_{\rm gal} = N_\star \times M_{\rm K} = 6.5 \times 10^{11} {\rm M}_\odot \tag{6}$$

Soru 7.	T03-1

Süpernova SN1987A, $m = +3$ ile en parlak konumuna 15 Mayıs 1987'de ulaşmıştır. Daha sonra sönerek 4 Şubat 1988'de çıplak gözle görülemez hale gelmiştir ($m_{\text{göz}} = +6$). B bandındaki parlaklığının t zamanıyla üstel bir azalma gösterecek şekilde değiştiği varsayılmıştır:

$$B = B_0 e^{-t/\tau}$$

Burada B_0 ve τ bağıntı sabitleridir.

A) (**8 puan**) τ sabitinin değerini gün cinsinden hesaplayınız.

B) (**12 puan**) Teleskopların ışık toplama gücü aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$B_{\text{göz}} d_{\text{göz}}^2 = T B_{\text{T}} D_{\text{tel}}^2 \tag{1}$$

Burada B_T ve $B_{\text{göz}}$ sırasıyla teleskoba ve göze gelen akıyı, T teleskobun iletim verimliliğini, D_{tel} ve $d_{\text{göz}}$ sırasıyla teleskobun ve gözün çapını ifade eder ve $B_T > B_{\text{göz}}$ olarak tanımlanır.

Gözün ortalama çapı $d = 0.6$ cm olarak bilindiğine göre, $T = \%70$ ve $D = 15.24$ cm (6 inç) olan bir teleskopla süpernovanın gözle görülebileceği son günün tarihini ± 1 gün hassasiyetle bulunuz.

Çözüm: (A) Parlaklık bağıntısı ile süpernova sönümlenme bağıntısını birleştirelim:

$$\Delta t = (1988\text{-}02\text{-}04) - (1987\text{-}05\text{-}15) = 265 \text{ gün} \tag{\textbf{2 puan}, 2}$$

$$m - m_0 = -2.5 \log_{10}(B/B_0) \tag{\textbf{3 puan}, 3}$$

$$6 - 3 = -2.5(\Delta t/\tau)\log_{10}(e) = -2.5(265/\tau)\log_{10}(e) \tag{4}$$

$$\tau = 95.9 \text{ gün} \tag{\textbf{3 puan}, 5}$$

(B) Parlaklık bağıntısı ile teleskop ışık toplama gücünü birleştirerek gözün görebileceği limit parlaklığı hesaplayalım:

$$m_{\text{göz}} - m_{\text{limit}} = -2.5 \log_{10}(B_{\text{göz}}/B_T) = -2.5 \log_{10}\left(T \frac{D^2}{d_{\text{göz}}^2}\right) \tag{\textbf{4 puan}, 6}$$

$$m_{\text{limit}} = 6 + 2.5 \log_{10}(0.7 \times 15.24^2/0.6^2) = 12.64 \text{ kadir} \tag{\textbf{1 puan}, 7}$$

Parlaklık bağıntısı ile süpernova sönümlenme bağıntısını yeniden birleştirelim:

$$m - m_0 = -2.5 \log_{10}(B/B_0) = -2.5(-t/\tau)\log_{10}(e) \tag{\textbf{4 puan}, 8}$$

$$12.64 - 3 = 2.5\ (t/95.9)\log_{10}(e) \tag{9}$$

$$t = 851.5 \text{ gün} \tag{\textbf{1 puan}, 10}$$

$$t_{\text{son}} = (1987\text{-}05\text{-}15) + t = 1989\text{-}09\text{-}12 \tag{\textbf{2 puan}, 11}$$

11-12-13 Eylül 1989 yanıtları kabul edilir.

Soru 8.	T07-1

M kütleli bir tıkız (kompakt) cisme, sabit durumlu ve küresel simetrik bir şekilde madde yığılmaktadır. Maddenin tamamen iyonize hidrojenden oluştuğunu varsayınız.

A) (**5 puan**) Bu durumda, radyasyon kuvvetini, yıldızdan r uzaklıkta fotonların serbest elektronlardan saçılmasını düşünerek, Thomson saçılma kesitini ($N_{\rm ph}$) dikkate alarak şu şekilde yazabiliriz:

$$F_{\rm rad} = \sigma_{\rm T} N_{\rm ph} p \tag{1}$$

Bu ifadeyi kullanarak radyasyon kuvvetinin SI birim sisteminde biriminin N (newton) olduğunu gösteriniz.

B) (**5 puan**) $N_{\rm ph}$'nin ışıma gücü L, mesafe r ve foton frekansı ν ile olan ilişkisini gösteriniz. Radyasyonun küresel simetrik olarak yayıldığını varsayınız.

C) (**10 puan**) Eddington ışıma gücü $L_{\rm E}$, dışa doğru radyasyon kuvveti ile içe doğru kütleçekim kuvvetinin dengede olduğu ışıma gücü olarak tanımlanır. Bir protona etki eden kütleçekim kuvveti ve bir elektrona etki eden radyasyon kuvveti ifadelerinden başlayarak $L_{\rm E}$'yi yıldızın kütlesi M, Thomson saçılma kesiti (σ_T), protonun kütlesi ($m_{\rm p} = 1.673 \times 10^{-27}$ kg) ve evrensel sabitler cinsinden türetiniz.

D) (**5 puan**) Eddington ışıma gücünü $\rm M_\odot$ ölçeğinde, W (watt) biriminde hesaplayınız.

Çözüm: (A) $[\cdot]$ sembolü içerisinde yazan fiziksel niceliğin boyutunu ifade eder ve M kütle, L uzunluk ve T zaman boyutlarını gösterir.

- $\sigma_{\rm T}$ alan boyutunda olduğundan $[\sigma_{\rm T}] = L^2$
- $N_{\rm ph}$ birim alana birim zamanda düşen foton sayısını ifade eder: $[N_{\rm ph}] = L^{-2}T^{-1}$
- Fotonun momentumu $p = h\nu/c$ ile verilir. Burada h Planck sabitini (boyutu ML^2T^{-1}), ν frekansı (boyutu T^{-1}) ve c ışık hızını (boyutu LT^{-1}) belirtmektedir: $[p] = MLT^{-1}$

Bu boyutlar birleştirilirse $F_{\rm rad}$'ın boyutu şöyle bulunur:

$$[F_{\rm rad}] = [\sigma_{\rm T}] \cdot [N_{\rm ph}] \cdot [p] = L^2 \cdot L^{-2}T^{-1} \cdot MLT^{-1} = MLT^{-2} \tag{2}$$

Bu da SI birim sisteminde kütle kg biriminde, uzunluk m biriminde ve zaman s biriminde olduğundan, MLT^{-2} boyutu *newton* birimiyle uyumludur.

(B) Yıldızın ışıma gücü L küresel simetri varsayımı altında her yöne eşit şekilde dağılır. Bu nedenle, yıldızdan r uzaklığında birim yüzeye yayılan ışıma gücü $L/(4\pi r^2)$ olur. Bu ifade her bir fotonun enerjisi $h\nu$ ile bölünürse birim alan başına birim zamanda yayılan foton sayısı şöyle bulunur:

$$N_{\rm ph} = \frac{L}{4\pi r^2 h\nu} \tag{3}$$

(C) Protona etki eden kütleçekim kuvveti şöyle yazılır:

$$F_{\rm grav} = \frac{GMm_{\rm p}}{r^2} \tag{4}$$

Burada G kütleçekim sabiti, M yıldızın kütlesi, m_p protonun kütlesi ve r yıldızdan olan uzaklıktır. Elektrona etki eden radyasyon kuvveti daha önce verilmişti. Bu ifadeyi düzenlediğimizde:

$$F_\mathrm{rad} = \sigma_\mathrm{T} N_\mathrm{ph} p = \sigma_\mathrm{T} \left(\frac{L}{4\pi r^2 h\nu} \right) \frac{h\nu}{c} = \frac{\sigma_\mathrm{T} L}{4\pi r^2 c} \tag{5}$$

Eddington ışıma gücü (L_E) dışarı doğru olan radyasyon kuvveti ile içeri doğru olan kütleçekim kuvvetinin dengede olduğu durumdur:

$$F_\mathrm{rad} = F_\mathrm{grav} \Rightarrow \frac{\sigma_\mathrm{T} L_\mathrm{E}}{4\pi r^2 c} = \frac{G M m_\mathrm{p}}{r^2} \Rightarrow L_\mathrm{E} = \frac{4\pi c G M m_\mathrm{p}}{\sigma_\mathrm{T}} \tag{6}$$

(D) Kütleyi $\mathrm{M}_\odot$ cinsinden yazıp ($M = \mu \mathrm{M}_\odot$) ifadede verilenleri yerine koyalım:

$$L_\mathrm{E} = \frac{4\pi c G \mu \mathrm{M}_\odot m_\mathrm{p}}{\sigma_\mathrm{T}} \tag{7}$$

$$= \frac{4\pi \cdot (3.0 \times 10^8 \text{ m/s}) \cdot (6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2) \cdot \mu (1.989 \times 10^{30} \text{ kg}) \cdot (1.673 \times 10^{-27} \text{ kg})}{6.652 \times 10^{-29} \text{ m}^2} \tag{8}$$

$$L_\mathrm{E} = 1.3 \times 10^{31} \mu \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} = 1.3 \times 10^{31} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \text{ W} \tag{9}$$

Sınavda Verilen Bilgi:
A seçeneğindeki dizgi hatası ("... Thomson saçılma kesiti (N_ph) ...") sözle "... Thomson saçılma kesiti (σ_T) ..." olarak ifade edilmiştir.
C seçeneğindeki "... Thomson saçılma kesiti (σ_T) ..." ifadesi sınav sırasında ekrana yansıtılarak "... Thomson saçılma kesiti ($\sigma_\mathrm{T} = 6.652 \times 10^{-29}$ m^2) ..." olarak güncellenmiştir.

Soru 9.	D1-1

Galileo uyduları için aşağıdaki tablo hazırlanmıştır.

Uydu	$P_{\text{yör}}$ (gün)	S_{Eur} (gün)	a (10^3 km)
Io	-	3.525464	421.8
Europa	3.551181	×	671.1
Ganymede	-	7.050926	1070.4
Callisto	-	4.511071	1882.7

A) (**12 puan**) "Yörünge-Kavuşum Dönemi" ilişkisini kullanarak yukarıda verilen tablodaki '-' ile gösterilen değerleri hesaplayınız.

B) (**16 puan**) Hesapladığınız yörünge dönemlerini Dünya yılına, yörünge yarı-büyük eksen uzunluklarını Astronomi Birimi'ne (AB) çevirerek yeni bir tablo oluşturun. Bu tabloyu kullanarak yörünge yarı-büyük eksen uzunluklarına (a) karşılık yörünge dönemlerini (P), her iki parametrenin logaritmalarını alarak çizdiriniz.

C) (**9 puan**) Bu grafiğe bir doğru uyumlayınız ve doğrunun eğimini bulunuz.

D) (**8 puan**) Galilei uydularının kütlelerinin Jüpiter'in kütlesinden çok küçük olduğunu, uydular arası kütleçekimin ihmal edildiğini ve uydu yörüngelerinin çembersel olduğunu varsayarak Jüpiter'in kütlesini hesaplayınız.

Çözüm: **(A)** Öncelikle her uydu için yörünge dönemi ile Europa'yla kavuşum dönemi (sinodik dönem) arasındaki ilişki türetilmeldir. Bunun için her bir uydunun yörünge dönemi (P_{yor}) boyunca her gün $360°/P_{\text{yor}}$ açısal yol katedeceği ve Europa'yla kavuşum günü (S_{Eur}) kadar zaman geçtiğinde ise $360°/P_{\text{yor}} \times S_{\text{Eur}}$ açısal yol katetmiş olacağı düşünülmelidir. Dışarıdaki bir uydu (Ganymede ve Calisto) için ifade yazılacak olursa Europa bir sonraki kavuşuma kadar bir tur fazla atmış olacağından

$$\frac{360}{P_{\text{yor}}} \times S_{\text{Eur}} + 360 = \frac{360}{P_{\text{Eur}}} \times S_{\text{Eur}} \tag{1}$$

Jüpiter'e Europa'dan daha yakın, içerideki bir uydu (Io) ise Europa'ya tur bindireceğinden 360 derece ters tarafta olmalıdır:

$$\frac{360}{P_{\text{yor}}} \times S_{\text{Eur}} = \frac{360}{P_{\text{Eur}}} \times S_{\text{Eur}} + 360 \tag{2}$$

Bu ifadeler birleştirilerek düzenlenecek ve eşitliklerin her iki tarafı $360° \times S_{\text{Eur}}$ ile bölünerek sadeleştirilecek olursa,

$$\frac{1}{P_{\text{yor}}} = \frac{1}{P_{\text{Eur}}} \pm \frac{1}{S_{\text{Eur}}} \tag{3}$$

Sırasıyla Io, Ganymede ve Callisto'nun yörünge dönemleri (gün cinsinden):

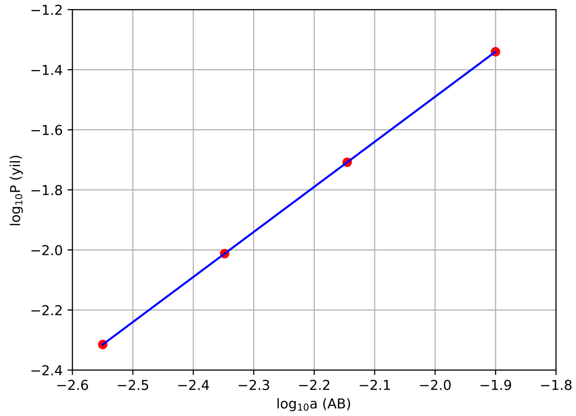
$$\frac{1}{P_{\text{yor,Io}}} = \frac{1}{P_{\text{Eur-Io}}} + \frac{1}{S_{\text{Eur-Io}}} \Rightarrow \qquad P_{\text{yor,io}} = \frac{P_{\text{Eur}} \times S_{\text{Eur-Io}}}{S_{\text{Eur-Io}} + P_{\text{Eur}}} = 1.769138 \tag{4}$$

$$\frac{1}{P_{\text{yor,Gan}}} = \frac{1}{P_{\text{Eur}}} - \frac{1}{S_{\text{Eur-Gan}}} \Rightarrow \qquad P_{\text{yor,Gan}} = \frac{P_{\text{Eur}} \times S_{\text{Eur-Gan}}}{S_{\text{Eur-Gan}} - P_{\text{Eur}}} = 7.154554 \tag{5}$$

$$\frac{1}{P_{\text{yor,Cal}}} = \frac{1}{P_{\text{Eur}}} - \frac{1}{S_{\text{Eur-Cal}}} \Rightarrow \qquad P_{\text{yor,Cal}} = \frac{P_{\text{Eur}} \times S_{\text{Eur-Cal}}}{S_{\text{Eur-Cal}} - P_{\text{Eur}}} = 16.689026 \tag{6}$$

(B) Yörünge dönemlerinin Dünya yılı, yörünge yarı-büyük eksen uzunluklarının AB'ye dönüştürülmesi sonrası 10 tabanında logaritmaları da alınacak olursa aşağıdaki sonuçlar ve grafik elde edilir:

$$\log_{10} a = [-2.54982502, -2.34814435, -2.14538549, -1.90015047] \text{ AB} \tag{7}$$
$$\log_{10} P = [-2.31482854, -2.01221742, -1.70800766, -1.34015922] \text{ yıl} \tag{8}$$



Bu grafiğin eğimi her iki eksenden her hangi bir aralık seçilerek bulunabilir ve $m = 3/2 = 1.5$ olarak bulunmalıdır. Doğru denklemi ise aşağıdaki gibidir.

$$\log_{10} P = \frac{3}{2} \log_{10} a + n \tag{9}$$

(C) Bu ifadeden yararlanarak yörünge dönemi ile yarı-büyük eksen uzunluğu aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$\log_{10} P = \frac{3}{2} log_{10} a \Rightarrow P = a^{3/2} \tag{10}$$

Bir başka deyişle P^2 (yıl) $=$ a^3 (AB) şeklinde ifade edilmesi gereken Kepler'in 3. yasasına ulaşılmış olur.

(D) Kepler'in 3. yasası bu kez Newton formunda yazılacak ve uydulardan birinin kütlesi Jüpiter'inkinkine göre çok küçük varsayılacak olursa ($M_{\mathrm{Io}} << M_{\mathrm{Jup}}$);

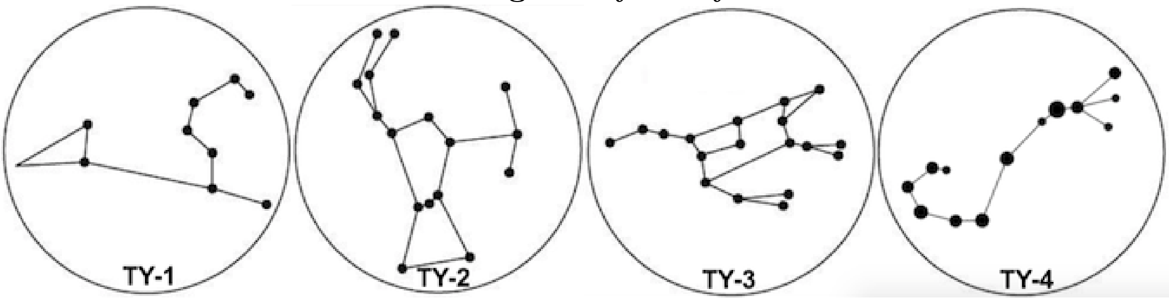
$$a^3 = G\frac{M_{\mathrm{Jup}} + M_{\mathrm{Io}}}{4\pi^2} P^2 \tag{11}$$
$$M_{\mathrm{Jup}} = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2} = \frac{4\pi^2 (421.8 \times 10^3 \text{ m})^3}{6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \times (1.769138 \times 86400 \text{ s})^2} = 1.90 \times 10^{27} \text{ kg} \tag{12}$$

32. Bilim Olimpiyatları	Adayın Adı Soyadı	Soru No:	9
2. Aşama Sınavı			
Çözüm Kağıdı	**Sınav Dalı**	**Sayfanın Sırası:** *bu sayfa / toplam*	/
	Astronomi & Astrofizik		

Her soru için **en az bir yanıt kağıdı** hazırlamalısınız. Sağ üstte numarasını girdiğiniz soruyu yanıtlamadığınızda aşağıda **ÇÖZÜM YOK** yazmalısınız.

Soru 10.	G1

A) (**8 puan**) Aşağıdaki görselde verilen takımyıldızların adlarını yazınız. Takımyıldızların İngilizce, Latince veya Türkçe adlarını kullanabilir ya da uluslararası kısaltmalarını verebilirsiniz. **Yanıtlarınızı soru kağıdına yazmayın.**



B) (**4 puan**) Kuzey yarımküre gökyüzünde genellikle yaz aylarında belirgin bir şekilde görülebilen "Büyük Kare" asterizmini oluşturan takımyıldız ya da takımyıldızların isimlerini yazınız.

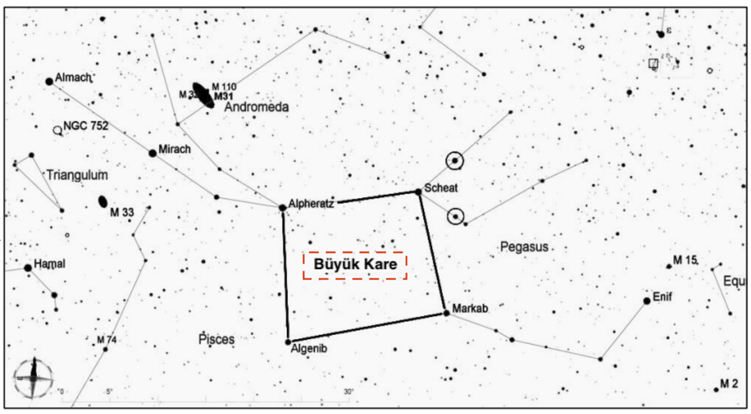
C) (**4 puan**) Kuzey yarımküre gökyüzünde genellikle yaz aylarında belirgin bir şekilde görülebilen "Yaz Üçgeni" asterizmini oluşturan takımyıldızların isimlerini yazınız.

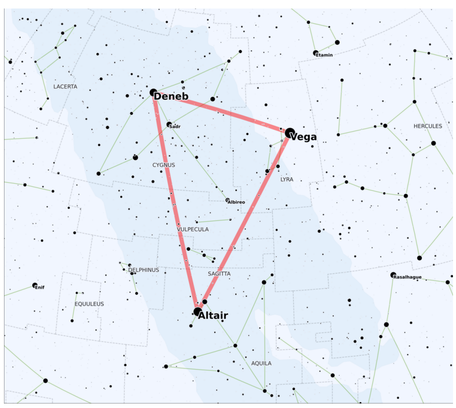
D) (**4 puan**) Yılın herhangi bir ayında, kuzey yarımküredeki herhangi bir konumda, gece gözlemi yaptığınızı ve havanın açık olduğunu varsayınız. Konumun enlemini, kuzey, doğu, batı, güney yönlerini bilmediğinizi ve Küçük Ayı takımyıldızını gökyüzünde tanıyamadığınızı da hesaba katınız. Bu koşullarda Polaris'in (Kutup Yıldızı) gökyüzündeki konumunu diğer takımyıldızları kullanarak nasıl bulabileceğinizi şekil çizerek ayrıntılarıyla açıklayınız.

Çözüm: (A) TY-1: Aslan; TY-2: Avcı; TY-3: Büyük Ayı; TY-4: Akrep.

(B) "Büyük Kare" Asterizmi, Kanatlı At (Pegasus) Takımyıldızındaki Markab, Scheat, Algenib; Zincirli Prenses (Andromeda) Takımyıldızındaki Alpheratz yıldızlarından oluşur.

- (4 puan) Kanatlı At ve Andromeda takımyıldızları.
- (2 puan) Yalnızca Kanatlı At takımyıldızı. Apheratz yıldızının iki takımyıldız için de "ortak" yıldız olmasından dolayı.





(C) "Yaz Üçgeni" Asterizmi, Kuğu, Çalgı ve Kartal Takımyıldızlarında bulunan Deneb, Vega ve Altair yıldızlarından oluşmaktadır.

- (4 puan) Üç takımyıldızı verilirse.
- Üçten az takımyıldızı içeren cevaplarda her doğru takımyıldız için 1 puan.

(D) Kutup Yıldızı, Küçük Ayı Takımyıldızının kuyruğundadır ve ilk bakışta dikkat çekecek kadar parlak değildir ($m_v = 2$ kadir).

- Kutup Yıldızını kolayca tanımlayabilmek için Küçük Ayı Takımyıldızını bulmak yeterlidir. Ancak farklı hava ve gökyüzü koşullarında genellikle Büyük Ayı (Büyük Cezve, Kepçe) Takımyıldızı referans olarak kullanılır.
- Büyük Cezve/Kepçe asterizmini oluşturan parlak 7 yıldızın cezve/kepçe kısmı başlangıç olarak düşünüldüğünde ilk iki yıldız arasındaki mesafe 1 birim olarak kabul edilir ve bu iki yıldızı birleştiren doğrultuda, cezve/kepçe'nin içine konulacak içeriğin döküleceği yöne doğru yaklaşık 5 birim mesafe ölçüldüğünde Kutup Yıldızına ulaşılır.
- Bununla birlikte şekildeki gibi farklı takımyıldızlardan ya da asterizmlerden faydalanılarak da gökyüzünde Kutup Yıldızı bulunabilir. Küçük harfler (a, b, c, d ve e) takımyıldız içinde bulunan işaretçi yıldızlar arasındaki referans mesafeyi ve katsayı ile birlikte ifade edilen harfler Kutup Yıldızı'nın bu referans uzaklığın yaklaşık kaç katı mesafede olduğunu göstermektedir.