

30. Ulusal Bilim Olimpiyatları  
Ortaokul Matematik İkinci Aşama Sınavı

21 Aralık 2022

---

1.  $x, y, z$  pozitif gerçel sayılar olmak üzere  $x \leq 1$  dir.

$$xy + y + 2z \geq 4\sqrt{xyz}$$

olduğunu gösteriniz.

2. 101 öğrencinin bulunduğu bir okulda her öğrencinin diğer öğrenciler arasında en az bir arkadaşı vardır. Her  $1 < n < 101$  tam sayısı için bu okuldan  $n$  öğrencinin öyle seçilebileceğini gösteriniz ki seçilen her öğrencinin seçilen diğer öğrenciler arasında en az bir arkadaşı olsun.

3.  $m, n, a, k$  pozitif tam sayılar ve  $k > 1$  olmak üzere

$$5^m + 63n + 49 = a^k$$

eşitliği sağlanıyor.  $k$  nin alabileceği en küçük değer nedir?

4. Bir  $ABCD$  paralelkenarında,  $ABC$  nin çevrel çemberinin  $A$  yı içermeyen  $BC$  yayı üzerinde bir  $P$  noktası ve  $AC$  doğru parçasının  $C$  tarafındaki uzantısı üzerinde bir  $Q$  noktası  $\angle PBC = \angle CDQ$  olacak biçimde alınıyor.  $APQ$  nun çevrel çemberinin  $AB$  doğrusuna teğet olduğunu gösteriniz.