

22. Ulusal Ortaokul Matematik Olimpiyatı

İkinci Aşama Sınavı

16 Aralık 2017

---

1.  $3^a + 3^b + 3^c$  sayısını tam kare yapan tüm  $(a, b, c)$  pozitif tam sayı üçlülerini bulunuz.

2. 2017 öğrencisi olan bir okuldaki satranç şenliği süresince herhangi iki öğrenci kendi aralarında en fazla bir satranç maçı yapıyor. Şenlik sonunda, aralarında maç yapmış olan herhangi iki öğrenciden en az birinin en fazla 22 maç yapmış olduğu görülüyor. Etkinlik boyunca yapılan maç sayısı en fazla kaç olabilir?

3. Köşegenleri  $E$  noktasında kesişen dışbükey bir  $ABCD$  dörtgeninde

$$\frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|BC|}{|AD|} = \sqrt{\frac{|BE|}{|DE|}}$$

eşitliği sağlanıyor.  $ABCD$  nin paralelkenar veya kirisler dörtgeni olduğunu gösteriniz.

4.  $a > b > 1$  gerçel sayıları

$$(ab + 1)^2 + (a + b)^2 \leq 2(a + b)(a^2 - ab + b^2 + 1)$$

eşitsizliğini sağlıyorsa,  $\frac{\sqrt{a-b}}{b-1}$  ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?