Kitapçık Kodu : MAT-L

ÖĞRENCİ

TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI

32. BİLİM OLİMPİYATLARI -2024
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

ÖĞRENCİ

LİSE MATEMATİK

Soru Kitapçığı Türü

A

18 Mayıs 2024 Cumartesi, 09.30 – 12.30

ADAYIN ADI SOYADI	**:**
T.C. KİMLİK NO	**:**
OKULU / SINIFI	**:**
SINAVA GİRDİĞİ İL	**:**

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 adet sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kâğıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** İşaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürecektir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi ya da karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama icin kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (**https://bilimolimpiyatlari.tubitak.gov.tr**) yayınlandıktan sonra 7 iş günü içerisinde, kanıtları ile birlikte, TÜBİTAK'a başvurması gerekir. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- TÜBİTAK Bilim Olimpiyatı–Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve Atatürk Üniversitesi sorumlu tutulamaz. Atatürk Üniversitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyarmak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve geçerli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

Başarılar dileriz.

1. $AB \parallel CD$ olan bir $ABCD$ yamuğunda, E noktası D ile F arasında olacak şekilde $[CD]$ üzerinde alınan E ve F noktaları için, $m(\widehat{DAF}) = m(\widehat{BAF}) = 45°$, $m(\widehat{CBE}) = m(\widehat{ABE}) = 60°$, $|DE| = 3$, $|CF| = 4$ ise, $|AB|$ kaçtır?

a) $2 + 4\sqrt{3}$ b) $3 + 3\sqrt{3}$ c) $5 + \sqrt{3}$ d) $4 + 2\sqrt{3}$ e) Hiçbiri

2. $3^{p^3} + 5^{p^5} + 7^{p^7} + 11^{p^{11}}$ toplamının p ile tam bölünmesini sağlayan kaç p asal sayısı vardır?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

3. Her $n \geq 2$ pozitif tam sayısı için n'den büyük olmayan en büyük asal sayı $f(n)$, n'den büyük olan en küçük asal sayı $g(n)$ olsun.

$$\frac{1}{f(2)g(2)} + \frac{1}{f(3)g(3)} + \cdots + \frac{1}{f(112)g(112)}$$

toplamı kaçtır?

a) $\frac{109}{222}$ b) $\frac{111}{226}$ c) $\frac{110}{113}$ d) $\frac{113}{224}$ e) $\frac{55}{111}$

4. 100 öğrencinin katıldığı bir yaz okulunda en fazla 4 arkadaşı olan öğrencilere *utangaç* diyelim. Her öğrencinin en az 4 tane utangaç arkadaşı varsa, utangaç öğrenci sayısının alabileceği kaç farklı değer vardır?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 5 e) 8

5. İç teğet çemberinin merkezi I olan bir ABC üçgeninde, IBC üçgeninin çevrel çemberine I noktasında teğet olan doğrunun $[AB]$ ve $[AC]$ kenarlarıyla kesişimlerine sırasıyla M ve N diyelim. $|BC| = 225$, $|BM| = 64$ ve $|CN| = 81$ ise, $|IB| + |IC|$ kaçtır?

a) 250 b) 260 c) 270 d) 280 e) Hiçbiri

6. n bir pozitif tam sayı ve a, b, c, d pozitif tek tam sayılar olmak üzere, $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 11 \cdot 4^n$ eşitliğini sağlayan kaç (a, b, c, d, n) beşlisi vardır?

a) 4 b) 6 c) 12 d) 16 e) 20

7. x ve y pozitif gerçel sayıları $x^2 + xy = 1$ şartını sağlıyorsa, $61x + 25y$ en az kaç olabilir?

a) 40 b) 50 c) 60 d) 70 e) 80

8. Bir tahtaya 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 sayıları yazılmıştır. k bir pozitif tam sayı olmak üzere, her işlemde tahtadaki sayılardan k tanesi seçiliyor ve seçilmiş her sayı 1 azaltılıyor. Birkaç işlem sonucunda tahtadaki tüm sayıları 0 yapmak mümkünse, k'ye *uygun* sayı diyelim. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ sayılarından kaç tanesi uygun sayıdır?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

9. $|AB| < |AC|$ olan bir ABC üçgeninde $\widehat{A}$ açısının iç açıortayının $[BC]$ kenarı ve ABC üçgeninin çevrel çemberiyle ikinci kesişim noktasına sırasıyla D ve E diyelim. E noktasından BC doğrusuna inen dikmenin BC ve AB doğruları ile kesişimi sırasıyla F ve G olsun. D noktasından AC ve GC doğrularına inen dikme ayakları sırasıyla K ve L olmak üzere, $|DK| = 3$ ve $|DL| = 11$ ise, $\dfrac{|DF|}{|FC|}$ oranı kaçtır?

a) $\dfrac{3}{11}$ b) $\dfrac{4}{7}$ c) $\dfrac{3}{7}$ d) $\dfrac{4}{11}$ e) $\dfrac{3}{8}$

10. k bir pozitif tam sayı olmak üzere, k'nin pozitif tam bölenlerinin sayısını $d(k)$ ile gösterelim. $d(n^3) = 2 \cdot d(n^2)$ ve $1 \leq n \leq 2024$ koşullarını sağlayan kaç n pozitif tam sayısı vardır?

a) 3 b) 5 c) 7 d) 9 e) 11

11. $\{3x\} + \{4x\} + \{5x\} = \{x\} + 2$ denkleminin kaç tane $0 < x < 1$ çözümü vardır? (x gerçel sayısı için x'ten, x'i aşmayan en büyük tam sayının çıkarılmasıyla elde edilen sayı $\{x\}$ ile gösterilir. Örneğin, $\{20,24\} = 0,24$ ve $\{32\} = 0$.)

a) 0 b) 1 c) 2 d) Sonsuz çoklukta e) Hiçbiri

12. 5×5 bir satranç tahtasının 5 birim karesine birer bilye yerleştirilecektir. Bu yerleştirme, herhangi bir satır ile herhangi bir sütunun birleşiminde en az bir bilye bulunması koşuluyla kaç farklı şekilde yapılabilir?

a) 5760 b) 5870 c) 5940 d) 6050 e) 6130

13. $|AB| = 50$, $|AC| = 78$, $|BC| = 112$ olan bir ABC üçgeninde $[BC]$ kenarının üzerinde $\dfrac{|BD|}{|DC|} = \dfrac{5}{9}$ şartını sağlayan bir D noktası alınıyor. ABD üçgeninin çevrel merkezi ile ACD üçgeninin ağırlık merkezi arasındaki uzaklık nedir?

a) $\sqrt{1961}$ b) $\sqrt{1993}$ c) $\sqrt{2001}$ d) $\sqrt{2024}$ e) Hiçbiri

14. N pozitif tam sayısının 1 dışındaki en küçük tek pozitif böleni d, en büyük tek pozitif böleni ise D olsun. $N = 15D + 11d$ olmasını sağlayan N pozitif tam sayılarının toplamı kaçtır?

a) 4576 b) 4928 c) 5280 d) 5632 e) 5984

15. x ve y gerçel sayılar olmak üzere, $(x^2 + 1)(y^2 + 1) + 129 = 12xy + 18(x + y)$ ise, xy kaçtır?

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

16. Bir dik koordinat düzleminde, $0 \leq x \leq 9$ ve $0 \leq y \leq 9$ koşullarını sağlayan tam sayı koordinatlı (x, y) noktalarının N tanesi boyanmıştır. Üç köşesi de boyalı olan bir dik üçgen bulunmuyorsa, N en fazla kaç olabilir?

a) 16 b) 18 c) 20 d) 22 e) 26

17. $m(\widehat{BAC}) = 100°$ olan bir ABC üçgeninde çevrel merkez O noktası olup, A noktasının BC doğrusuna göre yansıması D olsun. $BD \cap OC = \{S\}$ ve $CD \cap OB = \{R\}$ ise, $m(\widehat{RAS})$ kaçtır?

a) $30°$ b) $45°$ c) $60°$ d) $75°$ e) Hiçbiri

18. $n^2 + 1$'in 269 ile tam bölünmesini sağlayan en küçük n pozitif tam sayısının rakamları toplamı kaçtır?

a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) Hiçbiri

19. r bir gerçel sayı olmak üzere, $5x^4 - 8x^3 + rx^2 - 11x + 10 = 0$ denkleminin gerçel köklerinin çarpımı 1 ise, gerçel köklerinin toplamı kaçtır?

a) $\frac{6}{5}$ b) 1 c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{3}{5}$ e) Hiçbiri

20. Sekiz tane 1 ve sekiz tane 0, 4×4 bir satranç tahtasının birim karelerine her bir birim karede bir sayı bulunacak şekilde yerleştirilecektir. Bu işlem, her bir satırdaki sayıların toplamı çift ve her bir sütundaki sayıların toplamı tek olacak şekilde kaç farklı biçimde yapılabilir?

a) 216 b) 240 c) 252 d) 288 e) Hiçbiri

21. Bir $ABCD$ dikdörtgeninin $[CD]$ kenarı üzerinde alınan bir E noktası $|AE| = |CD|$ eşitliğini sağlamaktadır. $AE \cap BC = \{F\}$ olmak üzere, $ECFG$ bir dikdörtgen olacak şekilde bir G noktası alınıyor. $DF \cap AG = \{K\}$ olmak üzere, $m(\widehat{AKE}) = 45°$ ve $m(\widehat{KAE}) = 25°$ ise, $m(\widehat{EAB})$ kaçtır?

a) $20°$ b) $30°$ c) $40°$ d) $45°$ e) Hiçbiri

22. $2^{22!} - 1$ sayısını bölmeyen en küçük tek pozitif tam sayının rakamları toplamı kaçtır?

a) 7 b) 9 c) 11 d) 13 e) 15

23. x, y, z, a pozitif gerçel sayılar olmak üzere, $xyz = a$ şartını sağlayan tüm (x, y, z) üçlüleri için $x^2 + 2y^2 + 4z^2 - 6xyz$ sayısının alabileceği en küçük değere $f(a)$ diyelim. $f(a)$ sayısının alabileceği en büyük değer kaçtır?

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\frac{11}{12}$ d) $\frac{8}{9}$ e) $\sqrt[3]{3}$

24. Başlangıçta bir doğru üzerinde farklı ağırlıklı n top soldan sağa hafiften ağıra doğru sıralanmıştır. Her işlemde aralarında 2 veya 5 top olan iki top birbirleriyle yer değiştiriliyor. $n = 2022, 2023, 2024, 2025$ değerlerinin kaçı için birkaç işlem sonucunda toplar soldan sağa ağırdan hafife doğru dizilebilir?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

25. Çeşitkenar bir ABC üçgeninde $[BC]$ kenarının orta noktası M olmak üzere, AC doğrusuna C noktasında dik olan doğrunun MA doğrusu ile kesişimi N olsun. BMN üçgeninin çevrel çemberi AB doğrusuna B noktasında teğet ise, $\dfrac{|AB|}{|MA|}$ kaçtır?

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) 2 e) $\sqrt{5}$

26. $n \leq 2024$ bir pozitif tam sayı olmak üzere; $\{kn : \ k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 2024\}$ kümesinde tam olarak 9 tane tam kare bulunmasını sağlayan n sayılarının toplamı kaçtır?

a) 18240 b) 18810 c) 19380 d) 19950 e) 20520

27. Birbirinden farklı x, y, z gerçel sayıları,

$$x^2 + y^2 = 9x + 7y + 6z$$
$$y^2 + z^2 = 7x + 7y + 8z$$
$$z^2 + x^2 = 6x + 8y + 8z$$

eşitliklerini sağlıyorsa, $\dfrac{15x^2 + 4y^2}{z^2}$ kaçtır?

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) Hiçbiri

28. $(x_1, \ldots, x_{32})$ 32-lisi $(1, 2, \ldots, 32)$'nin bir permütasyonu olmak üzere, her $i = 1, \ldots, 32$ için $y_i = \max\{x_1, x_2, \ldots, x_i\}$ olsun. Tam olarak 2 tane i indisi için $y_i = x_i$ olmasını sağlayan $(x_1, x_2, \ldots, x_{32})$ permütasyonlarının sayısının 29 ile bölümünden kalan kaçtır?

a) 0 b) 4 c) 9 d) 18 e) 27

29. $|AB| > |AC|$ olan bir ABC üçgeninde $\widehat{A}$ açısına ait dış açıortayın BC ile kesişimi D olsun. $|BC| = 24\sqrt{2}$, $|AB| = 35$ ve $m(\widehat{ADC}) = 45°$ ise, ABC üçgeninin alanı kaçtır?

a) 60 b) 70 c) 72 d) 84 e) 98

30. Pozitif tam bölenlerinin ortancası (medyanı) 63 olan en küçük pozitif tam sayının rakamları toplamı kaçtır? (Bir veri grubunun ortancası, veri grubu küçükten büyüğe doğru sıralandığında veri sayısı tekse en ortadaki sayıya, çiftse en ortadaki iki sayının aritmetik ortalamasına eşittir.)

a) 8 b) 14 c) 18 d) 20 e) 22

31. Bir $\{a_n\}_{n\geq 1}$ dizisi, $a_1 = 2$ ve her $n \geq 1$ tam sayısı için

$$\left(a_{n+1} - \frac{3a_n + 1}{a_n + 3}\right)\left(a_{n+1} - \frac{5a_n + 1}{a_n + 5}\right) = 0$$

şartını sağlamaktadır. Buna göre, a_{2024} sayısı kaç farklı değer alabilir?

a) 2024 b) 2024^2 c) 2^{2023} d) 2^{2024} e) Hiçbiri

32. İlk hamleyi Aslı yapmak üzere, Aslı ve Zehra sırayla hamle yaparak bir oyun oynuyorlar. Hamleler yapılmadan önce Zehra $1, 2, \ldots, 200$ sayılarıyla numaralanmış bilyeleri istediği bir sırayla bir doğru üzerine diziyor. Sırası gelen oyuncu bu bilye dizisinin en solunda ve en sağında bulunan iki bilyeden birini alıyor. Zehra, yüzüncü bilyesini aldığında elindeki en büyük ve en küçük numaralı bilyelerin numaraları farkının en fazla N olmasını garantileyebiliyorsa, N sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?

a) 99 b) 112 c) 125 d) 149 e) Hiçbiri

SINAVINIZ BİTMİŞTİR.

BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

A

BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

32. Bilim Olimpiyatları-2024 Birinci Aşama Sınavı

Matematik (Öğrenci) Cevap Anahtarı

	A		B
1	C	1	E
2	B	2	C
3	B	3	C
4	A	4	D
5	E	5	C
6	C	6	B
7	C	7	B
8	D	8	A
9	B	9	A
10	E	10	A
11	B	11	E
12	E	12	B
13	A	13	B
14	A	14	E
15	E	15	B
16	B	16	E
17	C	17	C
18	A	18	C
19	D	19	D
20	B	20	A
21	C	21	C
22	C	22	A
23	D	23	D
24	A	24	B
25	D	25	D
26	B	26	D
27	E	27	A
28	E	28	A
29	D	29	D
30	D	30	B
31	A	31	E
32	A	32	E