

$AB$	$A$ ve $B$ noktalarından geçen doğru
$[AB]$	$A$ ve $B$ noktalarını birleştiren doğru parçası
$\overrightarrow{AB}$	$A$ noktasından çıkıp $B$ noktasından geçen ışın
$ AB $	$[AB]$ nin uzunluğu
$AB \parallel CD$	$AB$ , $CD$ ye paralel
$m(\widehat{ABC})$	$ABC$ açısının ölçüsü





9. En büyük kenar uzunluğu 13 ve çevre uzunluğu 28 olan bir ikizkenar yamuğun alanı en çok kaç olabilir?

(a) 13                      (b) 24                      (c) 27                      (d) 28                      (e) 30

10. Her adımda tam olarak iki sayının yerleri değiştirilmek üzere, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 dizilişinden iki adımda elde edilebilecek farklı dizilişlerin sayısı nedir?

(a) 88                      (b) 100                      (c) 120                      (d) 176                      (e) 441

11. Kaç  $n$  tam sayısı için,

$$2x + 3y = 7$$

$$5x + ny = n^2$$

denklem sistemini sağlayan en az bir  $(x, y)$  tam sayı sıralı ikilisi vardır?

(a) 0                      (b) 3                      (c) 4                      (d) 8                      (e) Hiçbiri

12.  $P$  noktasının, yarıçapı 15 olan bir çemberin merkezinden uzaklığı 9 ise, bu çemberin  $P$  den geçen ve uzunluğu tam sayı olan kaç kirişi vardır?

(a) 11                      (b) 12                      (c) 13                      (d) 14                      (e) 29

13. Bir  $ABC$  üçgeninde  $|BC| = 7$  ve  $|AB| = 9$  dur.  $m(\widehat{ABC}) = 2m(\widehat{BCA})$  ise, üçgenin alanı nedir?

(a)  $14\sqrt{5}$       (b) 30      (c)  $10\sqrt{6}$       (d)  $20\sqrt{2}$       (e)  $12\sqrt{3}$

14. Her terimi 2001 den küçük ya da eşit olan  $x_1, x_2, \dots, x_n$  pozitif tam sayıları dizisi, her  $i \geq 3$  için,  $x_i = |x_{i-1} - x_{i-2}|$  koşulunu sağlıyorsa,  $n$  en çok kaç olabilir?

(a) 1000      (b) 2001      (c) 3002      (d) 4003      (e) Hiçbiri

15.  $x^3 + 3x^2 + x + 3 \equiv 0 \pmod{25}$  denkleğinin, 25 moduna göre farklı kaç çözümü vardır?

(a) 0      (b) 2      (c) 4      (d) 5      (e) 6

16.  $a$  bir gerçel sayı olmak üzere,  $P(x) = x^3 + ax + 1$  polinomunun  $[-2, 0)$  ve  $(0, 1]$  aralıklarında tam olarak birer gerçel kökü varsa, aşağıdakilerden hangisi  $P(2)$  ye eşit olamaz?

(a)  $\sqrt{17}$       (b)  $\sqrt[3]{30}$       (c)  $\sqrt{26} - 1$       (d)  $\sqrt{30}$       (e)  $\sqrt[3]{10}$



21. Kenar uzunluğu  $a$  olan düzgün dışbükey dokuzgenin en kısa ve en uzun köşegenlerinin uzunlukları sırasıyla  $b$  ve  $c$  ise, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

(a)  $b = \frac{a+c}{2}$       (b)  $b = \sqrt{ac}$       (c)  $b^2 = \frac{a^2+c^2}{2}$   
 (d)  $c = a+b$       (e)  $c^2 = a^2+b^2$

22.  $10 \times 10$  bir satranç tahtasında, her  $k \in \{1, 2, \dots, 10\}$  için,  $k$  inci satırda soldan  $k - 1$  ardışık kareyi atarak elde edilen merdiven biçimindeki şekilde, birim karelerin bileşiminden oluşan kaç farklı dikdörtgen vardır?

(a) 625      (b) 715      (c) 1024      (d) 1512      (e) Hiçbiri

23.  $9, 99, 999, \dots$  dizisi için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- (a) Bu dizinin hiç bir terimini bölmeyen asal sayılar sonlu sayıdadır.  
 (b) Sonsuz çoklukta asal sayı, bu dizinin sonsuz çoklukta terimini böler.  
 (c) Her  $n$  pozitif tam sayısı için, bu dizinin  $n$  den çok sayıda farklı asal sayı ile bölünen bir terimi vardır.  
 (d) Öyle bir  $n$  tam sayısı vardır ki,  $n$  den büyük her asal sayı, bu dizinin sonsuz çoklukta terimini böler.  
 (e) Hiçbiri

24.  $[x]$  ile  $x$  i aşmayan en büyük tam sayı gösterilmek üzere,

$$x^2 - 18[x] + 77 = 0$$

denkleminin tam sayı olmayan gerçel köklerinin sayısı kaçtır?

(a) 0      (b) 1      (c) 2      (d) 3      (e) Hiçbiri

25. Dar açılı bir  $ABC$  üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı, merkezinin  $AB$  ye olan uzaklığının iki katıdır.  $|AC| = 2$ ,  $|BC| = 3$  ise,  $C$  den geçen yükseklik ne olur?

(a)  $\sqrt{14}$       (b)  $\frac{3}{7}\sqrt{21}$       (c)  $\frac{4}{7}\sqrt{21}$       (d)  $\frac{1}{2}\sqrt{21}$       (e)  $\frac{2}{3}\sqrt{14}$

26. Berk, Ayça'nın tuttuğu iki basamaklı bir sayıyı tahmin etmeye çalışıyor. Berk'in her tahminine karşılık, Ayça, doğru bilinen basamakların sayısını söylüyor. Ayça'nın tuttuğu sayı ne olursa olsun, Berk bu sayıyı  $n$  tahminde bulmayı garanti ediyorsa,  $n$  en az kaçtır?

(a) 9      (b) 10      (c) 11      (d) 15      (e) 20

27.  $2^n$  sayısının ondalık yazılımı 7 ile başlıyorsa,  $5^n$  sayısının ondalık yazılımı hangi rakam ile başlar?

(a) 1      (b) 3      (c) 5      (d) 7      (e) 9

28.  $A, B, C, D, E$  kasabaları çember biçimindeki bir yol üstünde, saat yönünde  $A$  ile  $B$ ,  $B$  ile  $C$ ,  $C$  ile  $D$ ,  $D$  ile  $E$  ve  $E$  ile  $A$  arasındaki yolların uzunlukları sırasıyla 5, 5, 2, 1 ve 4 km olacak şekilde yer alıyor. Bu yol üstünde kurulacak bir sağlık ocağının yeri, sağlık ocağından bu kasabalara giden en kısa yolların uzunluklarının maksimumunu en aza indirecek biçimde seçilmek isteniyor. Bu koşulu sağlayan kaç yer vardır?

(a) 0      (b) 1      (c) 2      (d) 3      (e) Hiçbiri



29.  $AB \parallel CD$  olan ikizkenar bir  $ABCD$  yamuğunun tüm kenarları bir çembere teğettir.  $[AD]$  nin bu çembere değme noktası  $N$ ;  $NC$  ve  $NB$  doğrularının çemberi  $N$  dışında kestiği noktalar sırasıyla  $K$  ve  $L$  ise,  $\frac{|BN|}{|BL|} + \frac{|CN|}{|CK|}$  nedir?

(a) 4                      (b) 6                      (c) 8                      (d) 9                      (e) 10

30. Başlangıçta, düzgün bir  $n$ -genin köşelerinde bulunan  $n$  havaalanından  $k$  tanesinde birer uçak vardır. Her gün, bu uçaklardan her biri, o gün bulunduğu havaalanının en yakınındaki iki havaalanından birine uçuyor. Başlangıç dağılımı ne olursa olsun, bütün uçakların günün birinde aynı havaalanında toplanması, aşağıdaki  $(n, k)$  sıralı ikililerinden hangisi için olanaksızdır?

(a) (10, 6)              (b) (10, 4)              (c) (11, 3)              (d) (11, 5)              (e) (13, 8)

31.  $2^n + 65$  sayısının, bir tam sayının karesine eşit olmasını sağlayan en büyük  $n$  tam sayısı kaçtır?

(a) 1024              (b) 268              (c) 10              (d) 4              (e) Hiçbiri

32.  $(\sqrt{10} + 3)^{2001}$  sayısının ondalık açılımında virgülden sonraki 33 üncü rakam kaçtır?

(a) 0                      (b) 1                      (c) 2                      (d) 4                      (e) 8

33. Bir  $ABC$  üçgeninde  $|AC| = 1$ ,  $|AB| = \sqrt{2}$  dir.  $AB$  doğrusuna göre  $C$  ile farklı tarafta,  $|MA| = |AB|$  ve  $m(\widehat{MAB}) = 90^\circ$  olacak şekilde  $M$  noktası ile  $AC$  doğrusuna göre  $B$  ile farklı tarafta,  $|NA| = |AC|$  ve  $m(\widehat{NAC}) = 90^\circ$  olacak şekilde bir  $N$  noktası alınır.  $MAN$  üçgeninin çevrel çember merkezi ile  $A$  dan geçen doğru,  $[BC]$  yi  $F$  noktasında kesiyorsa,  $\frac{|BF|}{|FC|}$  nedir?

- (a)  $2\sqrt{2}$       (b)  $2\sqrt{3}$       (c) 2      (d) 3      (e)  $3\sqrt{2}$

34. Tam sayı sıralı ikilileri üstünde tanımlanan gerçel değerli bir  $f$  fonksiyonu, tüm  $x, y, m, n$  tam sayıları için,

$$f(x + 3m - 2n, y - 4m + 5n) = f(x, y)$$

koşulunu sağlıyorsa, bu fonksiyonun değer kümesi en çok kaç elemandan oluşur?

- (a) 7      (b) 8      (c) 15      (d) 49      (e) Sonsuz  
çoklukta

35.  $p$  asal ve  $n$  pozitif tam sayı olmak üzere,  $(1+p)^n = 1 + pn + n^p$  eşitliğini sağlayan kaç  $(p, n)$  sıralı ikilisi vardır?

- (a) 5      (b) 2      (c) 1      (d) 0      (e) Hiçbiri

36.  $a$  ve  $b$  pozitif gerçel sayılar ve  $ab(a-b) = 1$  ise,  $a^2 + b^2$  aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- (a) 1      (b) 2      (c)  $2\sqrt{2}$       (d)  $\sqrt{11}$       (e) Hiçbiri

$AB$	$A$ ve $B$ noktalarından geçen doğru
$[AB]$	$A$ ve $B$ noktalarını birleştiren doğru parçası
$\overrightarrow{AB}$	$A$ noktasından çıkıp $B$ noktasından geçen ışın
$ AB $	$[AB]$ nin uzunluğu
$AB \parallel CD$	$AB, CD$ ye paralel
$m(\widehat{ABC})$	$ABC$ açısının ölçüsü



5. Bir  $\widehat{XOY}$  açısının  $[OX$  kenarı üzerinde  $|OA| = |AB| = |BC|$  olacak şekilde  $A, B, C$  noktaları;  $[OY$  kenarı üzerinde de  $|OD| = |DE| = |EF|$  olacak şekilde  $D, E, F$  noktaları alınıyor.  $|OA| > |OD|$  ise, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a)  $m(\widehat{XOY}) < 45^\circ$  ise,  $\text{Alan}(AEC) < \text{Alan}(DBF)$  ve  $45^\circ < m(\widehat{XOY}) < 90^\circ$  ise,  $\text{Alan}(AEC) > \text{Alan}(DBF)$
- (b) Her  $\widehat{XOY}$  açısı için,  $\text{Alan}(AEC) < \text{Alan}(DBF)$
- (c) Her  $\widehat{XOY}$  açısı için,  $\text{Alan}(AEC) = \text{Alan}(DBF)$
- (d) Her  $\widehat{XOY}$  açısı için,  $\text{Alan}(AEC) > \text{Alan}(DBF)$
- (e) Hiçbiri
6. İstanbulspor, Yeşildirek, Vefa, Karagümrük ve Adalet takımlarından her biri, geri kalan dördüyle tam olarak birer maç yapıyor. İstanbulspor, Yeşildirek hariç tüm takımları yeniyor; Yeşildirek, İstanbulspor'u yenip, diğer bütün takımlara yeniliyor. Vefa, İstanbulspor dışındaki bütün takımları yenerken, Karagümrük - Adalet maçını Karagümrük kazanıyor. Bu beş takımı, sonuncusu hariç her takım, kendinden bir sonra gelen takımı yenmiş olacak biçimde kaç değişik şekilde sıralayabiliriz?
- (a) 9 (b) 8 (c) 7 (d) 5 (e) Hiçbiri
7.  $2p^4 - 7p^2 + 1$  sayısının, bir tam sayının karesine eşit olmasını sağlayan kaç  $p$  asal sayısı vardır?
- (a) 4 (b) 1 (c) 0 (d) Sonsuz (e) Hiçbiri
- çoklukta
8.  $\frac{x^{2000}}{2001} + 2\sqrt{3}x^2 - 2\sqrt{5}x + \sqrt{3} = 0$  denkleminin kaç gerçel çözümü vardır?
- (a) 12 (b) 11 (c) 1 (d) 0 (e) Hiçbiri

9. Bir  $ABC$  üçgeninde  $|BC| = 7$  ve  $|AB| = 9$  dur.  $m(\widehat{ABC}) = 2m(\widehat{BCA})$  ise, üçgenin alanı nedir?

(a)  $12\sqrt{3}$       (b)  $20\sqrt{2}$       (c)  $10\sqrt{6}$       (d) 30      (e)  $14\sqrt{5}$

10. Her terimi 2001 den küçük ya da eşit olan  $x_1, x_2, \dots, x_n$  pozitif tam sayıları dizisi, her  $i \geq 3$  için,  $x_i = |x_{i-1} - x_{i-2}|$  koşulunu sağlıyorsa,  $n$  en çok kaç olabilir?

(a) 4003      (b) 3002      (c) 2001      (d) 1000      (e) Hiçbiri

11.  $x^3 + 3x^2 + x + 3 \equiv 0 \pmod{25}$  denkleğinin, 25 moduna göre farklı kaç çözümü vardır?

(a) 6      (b) 5      (c) 4      (d) 2      (e) 0

12.  $a$  bir gerçel sayı olmak üzere,  $P(x) = x^3 + ax + 1$  polinomunun  $[-2, 0)$  ve  $(0, 1]$  aralıklarında tam olarak birer gerçel kökü varsa, aşağıdakilerden hangisi  $P(2)$  ye eşit olamaz?

(a)  $\sqrt[3]{10}$       (b)  $\sqrt{30}$       (c)  $\sqrt{26} - 1$       (d)  $\sqrt[3]{30}$       (e)  $\sqrt{17}$

13. En büyük kenar uzunluğu 13 ve çevre uzunluğu 28 olan bir ikizkenar yamuğun alanı en çok kaç olabilir?

(a) 30                      (b) 28                      (c) 27                      (d) 24                      (e) 13

14. Her adımda tam olarak iki sayının yerleri değiştirilmek üzere, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 dizilişinden iki adımda elde edilebilecek farklı dizilişlerin sayısı nedir?

(a) 441                      (b) 176                      (c) 120                      (d) 100                      (e) 88

15. Kaç  $n$  tam sayısı için,

$$2x + 3y = 7$$

$$5x + ny = n^2$$

denklem sistemini sağlayan en az bir  $(x, y)$  tam sayı sıralı ikilisi vardır?

(a) 8                      (b) 4                      (c) 3                      (d) 0                      (e) Hiçbiri

16.  $P$  noktasının, yarıçapı 15 olan bir çemberin merkezinden uzaklığı 9 ise, bu çemberin  $P$  den geçen ve uzunluğu tam sayı olan kaç kirişi vardır?

(a) 29                      (b) 14                      (c) 13                      (d) 12                      (e) 11

17. Kenar uzunluğu  $a$  olan düzgün dışbükey dokuzgenin en kısa ve en uzun köşegenlerinin uzunlukları sırasıyla  $b$  ve  $c$  ise, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \ c^2 = a^2 + b^2 & \text{(b)} \ c = a + b & \text{(c)} \ b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} \\ \text{(d)} \ b = \sqrt{ac} & \text{(e)} \ b = \frac{a + c}{2} & \end{array}$$

18.  $10 \times 10$  bir satranç tahtasında, her  $k \in \{1, 2, \dots, 10\}$  için,  $k$  inci satırda soldan  $k - 1$  ardışık kareyi atarak elde edilen merdiven biçimindeki şekilde, birim karelerin bileşiminden oluşan kaç farklı dikdörtgen vardır?

$$\text{(a)} \ 1512 \quad \text{(b)} \ 1024 \quad \text{(c)} \ 715 \quad \text{(d)} \ 625 \quad \text{(e)} \ \text{Hiçbiri}$$

19.  $9, 99, 999, \dots$  dizisi için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- (a) Öyle bir  $n$  tam sayısı vardır ki,  $n$  den büyük her asal sayı, bu dizinin sonsuz çoklukta terimini böler.
- (b) Her  $n$  pozitif tam sayısı için, bu dizinin  $n$  den çok sayıda farklı asal sayı ile bölünen bir terimi vardır.
- (c) Sonsuz çoklukta asal sayı, bu dizinin sonsuz çoklukta terimini böler.
- (d) Bu dizinin hiç bir terimini bölmeyen asal sayılar sonlu sayıdadır.
- (e) Hiçbiri

20.  $[x]$  ile  $x$  i aşmayan en büyük tam sayı gösterilmek üzere,

$$x^2 - 18[x] + 77 = 0$$

denkleminin tam sayı olmayan gerçel köklerinin sayısı kaçtır?

$$\text{(a)} \ 3 \quad \text{(b)} \ 2 \quad \text{(c)} \ 1 \quad \text{(d)} \ 0 \quad \text{(e)} \ \text{Hiçbiri}$$





25.  $AB \parallel CD$  olan ikizkenar bir  $ABCD$  yamuğunun tüm kenarları bir çembere teğettir.  $[AD]$  nin bu çembere değme noktası  $N$ ;  $NC$  ve  $NB$  doğrularının çemberi  $N$  dışında kestiği noktalar sırasıyla  $K$  ve  $L$  ise,  $\frac{|BN|}{|BL|} + \frac{|CN|}{|CK|}$  nedir?

(a) 10                      (b) 9                      (c) 8                      (d) 6                      (e) 4

26. Başlangıçta, düzgün bir  $n$ -genin köşelerinde bulunan  $n$  havaalanından  $k$  tanesinde birer uçak vardır. Her gün, bu uçaklardan her biri, o gün bulunduğu havaalanının en yakınındaki iki havaalanından birine uçuyor. Başlangıç dağılımı ne olursa olsun, bütün uçakların günün birinde aynı havaalanında toplanması, aşağıdaki  $(n, k)$  sıralı ikililerinden hangisi için olanaksızdır?

(a) (13, 8)              (b) (11, 5)              (c) (11, 3)              (d) (10, 4)              (e) (10, 6)

27.  $2^n + 65$  sayısının, bir tam sayının karesine eşit olmasını sağlayan en büyük  $n$  tam sayısı kaçtır?

(a) 4                      (b) 10                      (c) 268                      (d) 1024                      (e) Hiçbiri

28.  $(\sqrt{10} + 3)^{2001}$  sayısının ondalık açılımında virgülden sonraki 33 üncü rakam kaçtır?

(a) 8                      (b) 4                      (c) 2                      (d) 1                      (e) 0

29. Dar açılı bir  $ABC$  üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı, merkezinin  $AB$  ye olan uzaklığının iki katıdır.  $|AC| = 2$ ,  $|BC| = 3$  ise,  $C$  den geçen yükseklik ne olur?

(a)  $\frac{2}{3}\sqrt{14}$       (b)  $\frac{1}{2}\sqrt{21}$       (c)  $\frac{4}{7}\sqrt{21}$       (d)  $\frac{3}{7}\sqrt{21}$       (e)  $\sqrt{14}$

30. Berk, Ayça'nın tuttuğu iki basamaklı bir sayıyı tahmin etmeye çalışıyor. Berk'in her tahminine karşılık, Ayça, doğru bilinen basamakların sayısını söylüyor. Ayça'nın tuttuğu sayı ne olursa olsun, Berk bu sayıyı  $n$  tahminde bulmayı garanti ediyorsa,  $n$  en az kaçtır?

(a) 20      (b) 15      (c) 11      (d) 10      (e) 9

31.  $2^n$  sayısının ondalık yazılımı 7 ile başlıyorsa,  $5^n$  sayısının ondalık yazılımı hangi rakam ile başlar?

(a) 9      (b) 7      (c) 5      (d) 3      (e) 1

32.  $A, B, C, D, E$  kasabaları çember biçimindeki bir yol üstünde, saat yönünde  $A$  ile  $B$ ,  $B$  ile  $C$ ,  $C$  ile  $D$ ,  $D$  ile  $E$  ve  $E$  ile  $A$  arasındaki yolların uzunlukları sırasıyla 5, 5, 2, 1 ve 4 km olacak şekilde yer alıyor. Bu yol üstünde kurulacak bir sağlık ocağının yeri, sağlık ocağından bu kasabalara giden en kısa yolların uzunluklarının maksimumunu en aza indirecek biçimde seçilmek isteniyor. Bu koşulu sağlayan kaç yer vardır?

(a) 3      (b) 2      (c) 1      (d) 0      (e) Hiçbiri

33. Bir  $ABC$  üçgeninde  $|AC| = 1$ ,  $|AB| = \sqrt{2}$  dir.  $AB$  doğrusuna göre  $C$  ile farklı tarafta,  $|MA| = |AB|$  ve  $m(\widehat{MAB}) = 90^\circ$  olacak şekilde  $M$  noktası ile  $AC$  doğrusuna göre  $B$  ile farklı tarafta,  $|NA| = |AC|$  ve  $m(\widehat{NAC}) = 90^\circ$  olacak şekilde bir  $N$  noktası alınıyor.  $MAN$  üçgeninin çevrel çember merkezi ile  $A$  dan geçen doğru,  $[BC]$  yi  $F$  noktasında kesiyorsa,  $\frac{|BF|}{|FC|}$  nedir?

(a)  $3\sqrt{2}$       (b) 3      (c) 2      (d)  $2\sqrt{3}$       (e)  $2\sqrt{2}$

34. Tam sayı sıralı ikilileri üstünde tanımlanan gerçel değerli bir  $f$  fonksiyonu, tüm  $x, y, m, n$  tam sayıları için,

$$f(x + 3m - 2n, y - 4m + 5n) = f(x, y)$$

koşulunu sağlıyorsa, bu fonksiyonun değer kümesi en çok kaç elemandan oluşur?

(a) 49      (b) 15      (c) 8      (d) 7      (e) Sonsuz  
çoklukta

35.  $p$  asal ve  $n$  pozitif tam sayı olmak üzere,  $(1+p)^n = 1 + pn + n^p$  eşitliğini sağlayan kaç  $(p, n)$  sıralı ikilisi vardır?

(a) 0      (b) 1      (c) 2      (d) 5      (e) Hiçbiri

36.  $a$  ve  $b$  pozitif gerçel sayılar ve  $ab(a-b) = 1$  ise,  $a^2 + b^2$  aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

(a)  $\sqrt{11}$       (b)  $2\sqrt{2}$       (c) 2      (d) 1      (e) Hiçbiri

## **IX.Ulusal Matematik Olimpiyatı**

### **Soru kitapçığı türü: A**

1-b 2-d 3-b 4-a 5-d 6-c 7-a 8-a 9-c 10-d 11-d 12-b

13-a 14-c 15-e 16-d 17-b 18-b 19-b 20-d 21-d 22-b 23-e

24-d 25-b 26-b 27-a 28-c 29-e 30-a 31-c 32-a 33-c

34-a 35-c 36-d

### **Soru kitapçığı türü: B**

1-b 2-b 3-d 4-d 5-c 6-a 7-b 8-d 9-e 10-b 11-a 12-b

13-c 14-b 15-a 16-d 17-b 18-c 19-e 20-a 21-d 22-c 23-c

24-a 25-a 26-e 27-b 28-e 29-d 30-d 31-e 32-b 33-c

34-d 35-b 36-a