

## **10. Ulusal Matematik Olimpiyatı I. Asama Sınavı A Kitapçığı**

**1-b**

**2-e**

**3-c**

**4-c**

**5-a**

**6-b**

**7-b**

**8-e**

**9-e**

**10-e**

**11-b**

**12-b**

**13-iptal**

**14-d**

**15-a**

**16-a**

**17-c**

**18-c**

**19-b**

**20-b**

**21-a**

**22-b**

**23-a**

**24-a**

**25-c**

**26-c**

**27-b**

**28-b**

**29-iptal**

**30-b**

**31-d**

**32-b**

**33-b**

**34-a**

**35-d**

**36-c**

## **10. Ulusal Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı B Kitapçığı**

**1-e**

**2-d**

**3-d**

**4-e**

**5-d**

**6-e**

**7-b**

**8-b**

**9-iptal**

**10-a**

**11-d**

**12-d**

**13-a**

**14-e**

**15-d**

**16-d**

**17-e**

**18-c**

**19-d**

**20-c**

**21-c**

**22-b**

**23-c**

**24-c**

**25-iptal**

**26-c**

**27-a**

**28-d**

**29-c**

**30-b**

**31-d**

**32-d**

**33-d**

**34-d**

**35-b**

**36-c**



5. Bir üçgenin iki yüksekliği 8 ve 12 dir. Üçüncü yükseklik aşağıdakilerden hangisi olamaz?
- a) 4                      b) 7                      c) 8                      d) 12                      e) 23

6. Ondalık yazılımı beş basamaklı bir sayının binler basamağı 3 olup, bu sayı 37 ve 173 ile bölünüyorsa, bu sayının yüzler basamağı kaçtır?
- a) 0                      b) 2                      c) 4                      d) 6                      e) 8

7. Her seferinde tam olarak iki karpuzu birlikte tartmak koşuluyla, 13 karpuzun toplam ağırlığı en az kaç tartıda bulunabilir?
- a) 7                      b) 8                      c) 9                      d) 10                      e) 11

8.  $x^{60} - 1$  polinomu aşağıdaki polinomlardan hangisi ile bölünmez?
- a)  $x^2 + x + 1$       b)  $x^4 - 1$       c)  $x^5 - 1$       d)  $x^{15} - 1$       e) Hiçbiri

9. Bir  $ABC$  üçgeninde  $|AB| = 5$ ,  $|BC| = 9$  ve  $|AC| = 8$  dir.  $\widehat{BCA}$  nın açığortayı  $BA$  yı  $X$  noktasında,  $\widehat{CAB}$  nin açığortayı  $BC$  yi  $Y$  noktasında kesiyor.  $XY$  ve  $AC$  doğrularının kesiştiği nokta  $Z$  olmak üzere,  $|AZ|$  nedir?

a)  $\sqrt{104}$                       b)  $\sqrt{145}$                       c)  $\sqrt{89}$                       d) 9                      e) 10

10.  $x^3 - 13y^3 = 1453$  eşitliğini sağlayan  $(x, y)$  tam sayı sıralı ikililerinin sayısı aşağıdakilerden hangisine bölünmez?

a) 2                      b) 3                      c) 5                      d) 7                      e) Hiçbiri

11.  $(1 + x + x^2)^9$  ifadesinin açılımında  $x^5$  in katsayısı nedir?

a) 1680                      b) 882                      c) 729                      d) 450                      e) 246

12.  $a, b, c$  gerçel sayıları  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$  eşitliğini sağlıyorsa,  $ab + bc + ac$  ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

a)  $-1$                       b)  $-\frac{1}{2}$                       c)  $-\frac{1}{3}$                       d)  $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$                       e) 0



17.  $AD \parallel BC$  ve  $|AB| = |CD|$  koşullarını sağlayan bir  $ABCD$  yamuğu aynı zamanda bir teğetler dörtgenidir. İç teğet çemberinin  $[CD]$  kenarına değme noktası  $N$ ,  $[AN]$  nin çemberi ikinci kez kestiği nokta  $K$ ,  $[BN]$  nin çemberi ikinci kez kestiği nokta  $L$  olmak üzere,  $\frac{|AN|}{|AK|} + \frac{|BN|}{|BL|}$  nedir?

a) 8                      b) 9                      c) 10                      d) 12                      e) 16

18.  $|15x^2 - 32x - 28|$  sayısının asal olmasını sağlayan kaç  $x$  tam sayısı vardır?

a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 4                      e) Hiçbiri

19. Bir  $A$  sayısının ondalık gösteriminin sağına üç rakam yazarak,  $1 + 2 + \dots + A$  toplamına eşit bir sayı elde edilmesini olanaklı kılan kaç tane  $A$  pozitif tam sayısı vardır?

a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 2002                      e) Hiçbiri

20.  $x, y$  gerçel sayıları  $x^2 + xy + y^2 = 1$  eşitliğini sağlıyorsa,  $x^2 + y^2$  aşağıdakilerden hangisi olamaz?

a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                       b)  $\frac{1}{2}$                       c)  $\sqrt{2}$                       d)  $3 - \sqrt{3}$                       e) Hiçbiri

**21.** Düzgün  $A_1A_2\cdots A_{10}$  10-geninin  $[A_1A_4]$  köşegeninin uzunluğu  $b$ , çevrel çemberinin yarıçapı  $R$  dir. Bu 10-genin kenar uzunluğu nedir?

- a)  $b - R$       b)  $b^2 - R^2$       c)  $R + \frac{b}{2}$       d)  $b - 2R$       e)  $2b - 3R$

**22.**  $5^{256} - 1$  sayısı  $2^n$  ile bölünüyorsa,  $n$  en çok kaç olabilir?

- a) 8      b) 10      c) 11      d) 12      e) Hiçbiri

**23.**  $\{1, 2, \dots, n\}$  kümesinin,  $1 \leq r \leq n$  olmak üzere,  $r$  elemanlı altkümelerinin en küçük elemanlarının aritmetik ortalaması nedir?

- a)  $\frac{n+1}{r+1}$       b)  $\frac{r(n+1)}{r+1}$       c)  $\frac{nr}{r+1}$       d)  $\frac{r(n+1)}{(r+1)n}$       e) Hiçbiri

**24.**  $[\sqrt[3]{7n+2}] = [\sqrt[3]{7n+3}]$  eşitliğini sağlamayan kaç  $n$  pozitif tam sayısı vardır?

- a) 0      b) 1      c) 7      d) Sonsuz çoklukta      e) Hiçbiri





- 29.** Bir  $ABC$  üçgeninde  $\widehat{CAB}$  nin açıortayı  $BC$  yi  $L$  de,  $\widehat{ABC}$  nin açıortayı  $AC$  yi  $N$  de kesiyor.  $AL$  ile  $BN$  doğruları  $O$  da kesişiyor.  $|NL| = \sqrt{3}$  ise,  $|ON| + |OL|$  nedir?

a)  $3\sqrt{3}$                       b)  $2\sqrt{3}$                       c) 2                      d) 3                      e) 5

- 30.**  $x^3 - 2x + 6 \equiv 0 \pmod{125}$  ve  $0 \leq x < 125$  koşullarını sağlayan kaç  $x$  tam sayısı vardır?

a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3                      e) Hiçbiri

- 31.**  $N \geq 2$  olmak üzere,  $1, 2, \dots, N$  sayıları bir çember etrafına diziliyor. Her sayı ondalık gösterimde her komşusuyla bir ortak rakama sahip ise,  $N$  en az kaç olmalıdır?

a) 18                      b) 19                      c) 28                      d) 29                      e) Hiçbiri

- 32.**  $S = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2001^2} + \frac{1}{2002^2}$  ise, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

a)  $1 \leq S < \frac{4}{3}$  b)  $\frac{4}{3} \leq S < 2$  c)  $2 \leq S < \frac{7}{3}$  d)  $\frac{7}{3} \leq S < \frac{5}{2}$  e)  $\frac{5}{2} \leq S < 3$

**33.** Bir  $ABCD$  eşkenar dörtgeninde  $m(\widehat{ABC}) = 40^\circ$ ,  $[BC]$  nin orta noktası  $E$  ve  $A$  dan  $DE$  ye indirilen dikmenin ayağı  $F$  ise,  $m(\widehat{DFC})$  nedir?

- a)  $100^\circ$                       b)  $110^\circ$                       c)  $115^\circ$                       d)  $120^\circ$                       e)  $135^\circ$

**34.**  $3n^2 + 3n + 7$  sayısının tam küp olmasını sağlayan kaç  $n$  pozitif tam sayısı vardır?

- a) 0                      b) 1                      c) 3                      d) 7                      e) Sonsuz çoklukta

**35.** Her  $i = 0, 1, 2, \dots$  tam sayısı için, ağırlığı  $2^i$  olan sekiz top bulunmaktadır.  $n$  kutunun her birinin içine istenildiği kadar top konabiliyor. Her kutuya konulan topların ağırlıklarının toplamı aynıysa,  $n$  en çok kaç olabilir?

- a) 8                      b) 10                      c) 12                      d) 15                      e) 16

**36.**  $a \neq -1$  olmak üzere,  $a$  gerçel sayısı,  $a^5 + 5a^4 + 10a^3 + 3a^2 - 9a - 6 = 0$  eşitliğini sağlıyorsa,  $(a + 1)^3$  nedir?

- a) 1                      b)  $3\sqrt{3}$                       c) 7                      d) 8                      e) 27

1. Bir üçgenin iki yüksekliği 8 ve 12 dir. Üçüncü yükseklik aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- a) 23                      b) 12                      c) 8                      d) 7                      e) 4

2. Ondalık yazılımı beş basamaklı bir sayının binler basamağı 3 olup, bu sayı 37 ve 173 ile bölünüyorsa, bu sayının yüzler basamağı kaçtır?

- a) 8                      b) 6                      c) 4                      d) 2                      e) 0

3. Her seferinde tam olarak iki karpuzu birlikte tartmak koşuluyla, 13 karpuzun toplam ağırlığı en az kaç tartıda bulunabilir?

- a) 11                      b) 10                      c) 9                      d) 8                      e) 7

4.  $x^{60} - 1$  polinomu aşağıdaki polinomlardan hangisi ile bölünmez?

- a)  $x^{15} - 1$               b)  $x^5 - 1$               c)  $x^4 - 1$               d)  $x^2 + x + 1$               e) Hiçbiri



9.  $AB$  nin  $CD$  ye paralel olduğu bir  $ABCD$  yamuğunda  $|BC| + |AD| = 7$ ,  $|AB| = 9$  ve  $|BC| = 14$  tür.  $\widehat{BCD}$  ve  $\widehat{CDA}$  nın açıortayları ile  $CD$  nin oluşturduğu üçgenin alanının yamuğun alanına oranı nedir?

a)  $\frac{1}{3}$                       b)  $\frac{49}{69}$                       c)  $\sqrt{2}$                       d)  $\frac{5}{7}$                       e)  $\frac{9}{14}$

10.  $39p + 1$  sayısını tam kare yapan kaç  $p$  asal sayısı vardır?

a) 3                      b) 2                      c) 1                      d) 0                      e) Hiçbiri

11. Bir tiyatro salonunda onar koltukluk on sıra bulunmaktadır ve koltuklar numaralanmıştır. Birbirinden habersiz bilet alan iki arkadaşın koltuklarının yan yana düşmesi olasılığı nedir?

a)  $\frac{1}{25}$                       b)  $\frac{2}{55}$                       c)  $\frac{1}{50}$                       d)  $\frac{1}{55}$                       e) Hiçbiri

12.  $x$  pozitif bir gerçel sayı olmak üzere  $x^2 + \frac{1}{4x}$  ifadesi aşağıdaki değerlerden hangisini alamaz?

a) 1                      b)  $\sqrt{5} - 1$                       c)  $2\sqrt{2} - 2$                       d)  $\sqrt{3} - 1$                       e) Hiçbiri

- 13.** Bir  $ABC$  üçgeninde  $|AB| = 5$ ,  $|BC| = 9$  ve  $|AC| = 8$  dir.  $\widehat{BCA}$  nın açığortayı  $BA$  yı  $X$  noktasında,  $\widehat{CAB}$  nin açığortayı  $BC$  yi  $Y$  noktasında kesiyor.  $XY$  ve  $AC$  doğrularının kesiştiği nokta  $Z$  olmak üzere,  $|AZ|$  nedir?

a) 10                      b) 9                      c)  $\sqrt{89}$                       c)  $\sqrt{145}$                       e)  $\sqrt{104}$

- 14.**  $x^3 - 13y^3 = 1453$  eşitliğini sağlayan  $(x, y)$  tam sayı sıralı ikililerinin sayısı aşağıdakilerden hangisine bölünmez?

a) 7                      b) 5                      c) 3                      d) 2                      e) Hiçbiri

- 15.**  $(1 + x + x^2)^9$  ifadesinin açılımında  $x^5$  in katsayısı nedir?

a) 246                      b) 450                      c) 729                      d) 882                      e) 1680

- 16.**  $a, b, c$  gerçel sayıları  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$  eşitliğini sağlıyorsa,  $ab + bc + ac$  ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

a) 0                      b)  $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$                       c)  $-\frac{1}{3}$                       d)  $-\frac{1}{2}$                       e)  $-1$

**17.** Düzgün  $A_1A_2\cdots A_{10}$  10-geninin  $[A_1A_4]$  köşegeninin uzunluğu  $b$ , çevrel çemberinin yarıçapı  $R$  dir. Bu 10-genin kenar uzunluğu nedir?

- a)  $2b - 3R$       b)  $b - 2R$       c)  $R + \frac{b}{2}$       d)  $b^2 - R^2$       e)  $b - R$

**18.**  $5^{256} - 1$  sayısı  $2^n$  ile bölünüyorsa,  $n$  en çok kaç olabilir?

- a) 12      b) 11      c) 10      d) 8      e) Hiçbiri

**19.**  $\{1, 2, \dots, n\}$  kümesinin,  $1 \leq r \leq n$  olmak üzere,  $r$  elemanlı altkümelerinin en küçük elemanlarının aritmetik ortalaması nedir?

- a)  $\frac{r(n+1)}{(r+1)n}$       b)  $\frac{nr}{r+1}$       c)  $\frac{r(n+1)}{r+1}$       d)  $\frac{n+1}{r+1}$       e) Hiçbiri

**20.**  $[\sqrt[3]{7n+2}] = [\sqrt[3]{7n+3}]$  eşitliğini sağlamayan kaç  $n$  pozitif tam sayısı vardır?

- a) 7      b) 1      c) 0      d) Sonsuz çoklukta      e) Hiçbiri



- 21.**  $AD \parallel BC$  ve  $|AB| = |CD|$  koşullarını sağlayan bir  $ABCD$  yamuğu aynı zamanda bir teğetler dörtgenidir. İç teğet çemberinin  $[CD]$  kenarına değme noktası  $N$ ,  $[AN]$  nin çemberi ikinci kez kestiği nokta  $K$ ,  $[BN]$  nin çemberi ikinci kez kestiği nokta  $L$  olmak üzere,  $\frac{|AN|}{|AK|} + \frac{|BN|}{|BL|}$  nedir?

a) 16                      b) 12                      c) 10                      d) 9                      e) 8

- 22.**  $|15x^2 - 32x - 28|$  sayısının asal olmasını sağlayan kaç  $x$  tam sayısı vardır?

a) 4                      b) 2                      c) 1                      d) 0                      e) Hiçbiri

- 23.** Bir  $A$  sayısının ondalık gösteriminin sağına üç rakam yazarak,  $1 + 2 + \dots + A$  toplamına eşit bir sayı elde edilmesini olanaklı kılan kaç tane  $A$  pozitif tam sayısı vardır?

a) 2002                      b) 2                      c) 1                      d) 0                      e) Hiçbiri

- 24.**  $x, y$  gerçel sayıları  $x^2 + xy + y^2 = 1$  eşitliğini sağlıyorsa,  $x^2 + y^2$  aşağıdakilerden hangisi olamaz?

a)  $3 - \sqrt{3}$                       b)  $\sqrt{2}$                       c)  $\frac{1}{2}$                       d)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                       e) Hiçbiri

- 25.** Bir  $ABC$  üçgeninde  $\widehat{CAB}$  nin açıortayı  $BC$  yi  $L$  de,  $\widehat{ABC}$  nin açıortayı  $AC$  yi  $N$  de kesiyor.  $AL$  ile  $BN$  doğruları  $O$  da kesişiyor.  $|NL| = \sqrt{3}$  ise,  $|ON| + |OL|$  nedir?

a) 5                      b) 3                      c) 2                      d)  $2\sqrt{3}$                       e)  $3\sqrt{3}$

- 26.**  $x^3 - 2x + 6 \equiv 0 \pmod{125}$  ve  $0 \leq x < 125$  koşullarını sağlayan kaç  $x$  tam sayısı vardır?

a) 3                      b) 2                      c) 1                      d) 0                      e) Hiçbiri

- 27.**  $N \geq 2$  olmak üzere,  $1, 2, \dots, N$  sayıları bir çember etrafına diziliyor. Her sayı ondalık gösterimde her komşusuyla bir ortak rakama sahip ise,  $N$  en az kaç olmalıdır?

a) 29                      b) 28                      c) 19                      d) 18                      e) Hiçbiri

- 28.**  $S = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2001^2} + \frac{1}{2002^2}$  ise, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

a)  $\frac{5}{2} \leq S < 3$  b)  $\frac{7}{3} \leq S < \frac{5}{2}$  c)  $2 \leq S < \frac{7}{3}$  d)  $\frac{4}{3} \leq S < 2$  e)  $1 \leq S < \frac{4}{3}$

**29.** Bir  $ABCD$  eşkenar dörtgeninin  $[AD]$  kenarı üzerinde bir  $E$  noktası işaretleniyor.  $AB$  ve  $CE$  doğruları  $F$  de;  $BE$  ve  $DF$  doğruları  $G$  de kesişiyor.  $m(\widehat{DAB}) = 60^\circ$  ise,  $m(\widehat{DGB})$  nedir?

- a)  $75^\circ$                       b)  $65^\circ$                       c)  $60^\circ$                       d)  $50^\circ$                       e)  $45^\circ$

**30.** Üç bileşik tek sayının toplamı olarak yazılabilen tüm tam karelerin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- a)  $\{(4k+1)^2 : k \geq 2\}$   
b)  $\{(2k+1)^2 : k \geq 3\}$   
c)  $\{(4k+3)^2 : k \geq 1\}$   
d)  $\{(2k+1)^2 : k \geq 0\}$   
e) Hiçbiri

**31.** Bir kasanın beş kilidine ait anahtarlar çoğaltılarak sekiz kişiye, bu sekiz kişiden herhangi beşinin birlikte kasayı açmalarını olanaklı kılacak biçimde dağıtılacaktır. Anahtarların toplam sayısı en az ne olmalıdır?

- a) 25                      b) 24                      c) 22                      d) 20                      e) 18

**32.**  $a_{2001} = 2002$  ve  $0 \leq k \leq 2000$  için  $a_k = -k - 1$  ise,  $x^{2002} + a_{2001}x^{2001} + a_{2000}x^{2000} + \dots + a_1x + a_0$  polinomunun kaç pozitif kökü vardır?

- a) 2002                      b) 1001                      c) 2                      d) 1                      e) 0

**33.** Bir  $ABCD$  eşkenar dörtgeninde  $m(\widehat{ABC}) = 40^\circ$ ,  $[BC]$  nin orta noktası  $E$  ve  $A$  dan  $DE$  ye indirilen dikmenin ayağı  $F$  ise,  $m(\widehat{DFC})$  nedir?

- a)  $135^\circ$                       b)  $120^\circ$                       c)  $115^\circ$                       d)  $110^\circ$                       e)  $100^\circ$

**34.**  $3n^2 + 3n + 7$  sayısının tam küp olmasını sağlayan kaç  $n$  pozitif tam sayısı vardır?

- a) 7                      b) 3                      c) 1                      d) 0                      e) Sonsuz çoklukta

**35.** Her  $i = 0, 1, 2, \dots$  tam sayısı için, ağırlığı  $2^i$  olan sekiz top bulunmaktadır.  $n$  kutunun her birinin içine istenildiği kadar top konabiliyor. Her kutuya konulan topların ağırlıklarının toplamı aynıysa,  $n$  en çok kaç olabilir?

- a) 16                      b) 15                      c) 12                      d) 10                      e) 8

**36.**  $a \neq -1$  olmak üzere,  $a$  gerçel sayısı,  $a^5 + 5a^4 + 10a^3 + 3a^2 - 9a - 6 = 0$  eşitliğini sağlıyorsa,  $(a + 1)^3$  nedir?

- a) 27                      b) 8                      c) 7                      d)  $3\sqrt{3}$                       e) 1