

21. Ulusal Ortaokul Matematik Olimpiyatı - 2016  
Birinci Aşama Sınavı

Cevap Anahtarı

**A**

- 1 c
- 2 c
- 3 b
- 4 a
- 5 e
- 6 e
- 7 d
- 8 c
- 9 b
- 10 a
- 11 b
- 12 b
- 13 e
- 14 b
- 15 c
- 16 d
- 17 b
- 18 c
- 19 e
- 20 b
- 21 b
- 22 b
- 23 d
- 24 c
- 25 e
- 26 a
- 27 e
- 28 b
- 29 a
- 30 b
- 31 e
- 32 d

**B**

- 1 a
- 2 a
- 3 b
- 4 b
- 5 c
- 6 c
- 7 d
- 8 e
- 9 a
- 10 d
- 11 c
- 12 b
- 13 d
- 14 d
- 15 c
- 16 d
- 17 d
- 18 c
- 19 b
- 20 c
- 21 c
- 22 b
- 23 e
- 24 c
- 25 e
- 26 d
- 27 a
- 28 b
- 29 a
- 30 d
- 31 a
- 32 d



**TÜBİTAK**

**TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU  
BİLİM İNSANI DESTEKLEME DAİRE BAŞKANLIĞI**

**21. ORTAOKUL MATEMATİK OLİMPİYATI - 2016  
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI**

**Soru kitapçığı türü**

**A**

**4 Haziran 2016 Cumartesi, 09.30-12.30**

**ÖĞRENCİNİN ADI SOYADI :**

**T.C. KİMLİK NO :**

**OKULU / SINIFI :**

**SINAVA GİRDİĞİ İL :**

**SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:**

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Cevap kâğıdınıza size verilen soru kitapçığının türünü gösteren harfi işaretlemeyi unutmayınız.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı cevap kâğıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiçbir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürcektir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve karalama kâğıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday bir sorunun yanlış olduğundan emin ise, itiraz için sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayımlandıktan sonra 10 iş günü içerisinde kanıtları ile birlikte, TÜBİTAK'a başvurması gerekir; bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayların sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ortaokul Matematik Olimpiyatı - 2016 Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve Olimpiyat Komitesi sorumlu tutulamaz. Olimpiyat Komitesi bu tür durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kâğıdınızı görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

**BAŞARILAR DİLERİZ.**

21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **A**

1. Bir  $ABC$  üçgeninde  $BE$  ve  $CD$  kenarortayları birbirine dik ve  $|BE| = 18$ ,  $|CD| = \frac{27}{2}$  ise  $AF$  kenarortayının uzunluğu kaçtır?

- a)  $\frac{43}{2}$                       b) 22                      c)  $\frac{45}{2}$                       d) 23                      e) 24

2.

$$\frac{1}{3m} + \frac{1}{4n} + \frac{17}{12mn} = \frac{1}{2}$$

denklemini sağlayan  $m, n$  pozitif tam sayıları için  $m+n$  ifadesinin alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

- a) 15                      b) 17                      c) 19                      d) 21                      e) 23

3. Bir kutuda renkleri kırmızı, beyaz, mavi ve yeşil olan toplam  $n$  top bulunuyor. Kırmızı topların sayısı  $\frac{n}{3} + 20$ , beyaz topların sayısı  $\frac{n}{5} + 15$ , mavi topların sayısı  $\frac{n}{7} + 5$  tir. Yeşil top sayısı mavi top sayısından daha az ise, kutudaki kırmızı top sayısı beyaz top sayısından ne kadar fazladır?

- a) 19                      b) 33                      c) 47                      d) 61                      e) 75

4. Başlangıçta  $1, 2, \dots, 2016$  şeker içeren 2016 öbek vardır. Her işlemde bir öbek seçiliyor ve seçilmiş öbekten daha az şeker içermeyen her öbekten (seçilmiş öbek dahil) seçilmiş öbekteki kadar şeker alınıp yeniyor. Birkaç işlem sonucunda tek bir öbek kaldıysa son öbekteki şeker sayısı  $1, 2, \dots, 21$  sayılarından kaçına eşit olabilir?

- a) 1                      b) 4                      c) 6                      d) 10                      e) 21

5.  $|AB| = 3$ ,  $|BC| = 4$ ,  $|CA| = 5$  koşullarını sağlayan bir  $ABC$  üçgeninde  $BC$  kenarının orta noktası  $D$  dir.  $C$  köşesinden geçen iç açıortayın  $AB$  kenarını kestiği nokta  $E$  olmak üzere  $AD$  ve  $EC$  doğruları  $F$  noktasında kesişiyor. Buna göre  $AEF$  üçgeninin alanının  $CDF$  üçgeninin alanına oranı nedir?

- a)  $\frac{4}{5}$                       b)  $\frac{27}{28}$                       c)  $\frac{35}{32}$                       d)  $\frac{4}{3}$                       e)  $\frac{25}{18}$

6. 30 dan küçük asal sayılar kümesi  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_{10}\}$  olmak üzere bir  $p \in P$  için en küçük asal böleni  $p$  olan 100 den küçük pozitif tam sayıların sayısı  $s_p$  ile gösteriliyor. Buna göre  $s_{p_1} + s_{p_2} + \dots + s_{p_{10}}$  kaçtır?

- a) 67                      b) 72                      c) 75                      d) 79                      e) 83

7. Ardışık 3 pozitif tam sayının toplamı olarak yazılabilen ilk 21 sayının toplamı kaçtır?

- a) 708                      b) 720                      c) 744                      d) 756                      e) 762

8.  $100 \times 100$  satranç tahtasının her birim karesi bir renge, her birim kare kendisiyle ortak kenar paylaşan en az 2 birim kareyle aynı renkte olacak şekilde boyanıyor. Tahtadaki farklı renk sayısı en fazla kaç olabilir?

- a) 2264                      b) 2450                      c) 2500                      d) 2724                      e) Hiçbiri



21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **A**

13. Eş merkezli iki çemberin arasında kalan bölgenin alanı  $36\pi$  dir. Büyük çemberin bir  $AB$  kirişi küçük çembere teğettir.  $A$  ve  $B$  noktalarında büyük çembere çizilen teğetler  $C$  de kesişiyor.  $|CA| = 10$  ise  $ABC$  üçgeninin alanı nedir?

a) 28                      b) 36                      c) 40                      d) 44                      e) 48

14.  $a + b + c + d + e = 0$  koşulunu sağlayan  $a, b, c, d, e$  tam sayıları için  $a^5 + b^5 + c^5 + d^5 + e^5$  ifadesi 15, 18, 21, 30, 35 sayılarından kaçına her zaman tam bölünür?

a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5

15.  $a$  bir pozitif gerçel sayı olmak üzere  $21a + 2$  ve  $24a + 9$  sayıları ardışık iki pozitif tam sayının kareleriye  $a$  nın alabileceği en büyük değer ile en küçük değer farkı kaçtır?

a) 1                      b) 3                      c) 4                      d) 6                      e) 8

16. Bir tahtada başlangıçta 1 sayısı yazmaktadır. Ali her hamlede tahtada yazılı olan sayı  $n$  olmak üzere bu sayıyı silip yerine  $2n - 1$  veya  $n + 2$  yazıyor. Buna göre 7 hamle sonunda tahtada yazılı olan sayı 41, 67, 81, 97, 131 sayılarından kaç tanesine eşit olabilir?

a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5



21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **A**

21.  $|AB| = 2$  ve  $|AD| = 2\sqrt{2}$  koşullarını sağlayan bir  $ABCD$  dikdörtgeninde  $AD$  kenarının orta noktası  $M$  olmak üzere  $BM$  ile  $AC$  doğruları  $K$  de kesişiyor. Buna göre  $A, B, K$  noktalarından geçen çemberin yarıçapı kaçtır?

a)  $\sqrt{2}$                       b) 1                      c)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       d)  $\frac{1}{2}$                       e)  $\frac{1}{3}$

22.  $2016^2$  sayısını bölüp 2016 yı bölmeyen 2016 dan küçük kaç pozitif tam sayı vardır?

a) 35                      b) 47                      c) 63                      d) 82                      e) Hiçbiri

23.  $x$  ve  $y$  gerçel sayılar olmak üzere  $2x^2 - 2xy + 5y^2 - 6y$  ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

a)  $-5$                       b)  $-4$                       c)  $-3$                       d)  $-2$                       e)  $-1$

24. Uzunlukları  $1, 2, \dots, 20$  olan 20 çubuk  $n$  torbaya, herhangi torbadaki çubuklardan üçgen yapılamayacak şekilde dağıtılabiliyorsa,  $n$  en az kaç olabilir?

a) 4                      b) 5                      c) 6                      d) 7                      e) 8



21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **A**

25. Bir  $ABCD$  karesinde  $AB$  kenarının orta noktası  $E$  ve  $A$  noktasından  $DE$  doğrusuna inilen dikmenin ayağı  $F$  olmak üzere  $|DF| = 4$  ise  $|CF|$  kaçtır?

- a)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       b)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$       c)  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$       d)  $\sqrt{5}$       e)  $2\sqrt{5}$

26.  $1 \leq n \leq 100$  koşulunu sağlayan her  $n$  tam sayısı için tahtaya  $m^2 + n$  ifadesinin 101 ile tam bölünmesini sağlayan en küçük  $m$  pozitif tam sayısı, böyle bir  $m$  yoksa  $-1$  yazılıyor. Buna göre tahtaya yazılan sayıların toplamı kaçtır?

- a) 1225      b) 2025      c) 2500      d) 5050      e) Hiçbiri

27.

$$a^2 + b^2 + a^2b^2 = 2$$

$$ab(a + b - 1) = 1$$

denklem sistemini sağlayan  $a, b$  gerçel sayıları için  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- a)  $\frac{1}{4}$       b)  $\frac{1}{3}$       c)  $\frac{1}{2}$       d)  $\frac{2}{3}$       e) 1

28. Bir çember etrafında her birinde birer bilye bulunan  $n$  tane kutu bulunuyor. Her hamlede bir tane boş olmayan kutu seçiliyor ve bu kutudan bir bilye alınıp bu kutunun bir sağındaki veya bir solundaki kutuya aktarılıyor. Kaç  $n \in \{6, 8, 14, 18, 21\}$  için çift sayıda hamle sonucunda tüm bilyeleri aynı kutuya toplayabiliriz?

- a) 1      b) 2      c) 3      d) 4      e) 5

21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **A**

29. Kenarortaylarının kesişim noktası  $G$  olan ve  $|CA|^2 + |AB|^2 = 2|BC|^2$  koşulunu sağlayan bir  $ABC$  üçgeninde  $s(\widehat{CAG}) = 15^\circ$  ise  $s(\widehat{BCG})$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

a)  $15^\circ$                       b)  $30^\circ$                       c)  $45^\circ$                       d)  $60^\circ$                       e)  $75^\circ$

30.  $a$  ve  $b$  aralarında asal pozitif tam sayılar olmak üzere  $(a + b, a - b)$ ,  $(a + b, a^2 - ab + b^2)$ ,  $(a^2b + ab^2, a^3 + ab + b^3)$ ,  $(a + b, a^2 + 3ab + b^2)$ ,  $(a^2 + b^2, a^2 - b^2 + 7ab)$  ikililerinden kaç her zaman aralarında asaldır?

a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5

31.  $(x^2 + y^2 - 25)(x + y) + 10xy = 0$  eşitliğini sağlayan  $x, y$  gerçel sayıları için  $x + y$  ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

a) 2                      b) 4                      c) 6                      d) 10                      e) 12

32.  $1, 2, \dots, n$  sayıları işaretlenmiş olan bir sayı doğrusunda başlangıçta 1 sayısı üzerinde bir taş bulunuyor. Aslı ve Berk sırayla hamle yaparak bir oyun oynuyorlar. Sırası gelen oyuncu bir pozitif tam sayı seçiyor ve taşı seçtiği sayı kadar sağa veya sola kaydırarak bir başka işaretlenmiş noktanın üzerine yerleştiriyor. Her pozitif tam sayı en fazla bir kez seçilebiliyor ve hamle yapamayan oyuncu oyunu kaybediyor. Oyun  $n = 5, 500, 1000, 1024, 2016$  için birer kez oynanırsa, Aslı bu oyunların kaçını kazanmayı garantileyebilir?

a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5



**TÜBİTAK**

**TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU  
BİLİM İNSANI DESTEKLEME DAİRE BAŞKANLIĞI**

**21. ORTAOKUL MATEMATİK OLİMPİYATI - 2016  
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI**

**Soru kitapçığı türü**

**B**

**4 Haziran 2016 Cumartesi, 09.30-12.30**

**ÖĞRENCİNİN ADI SOYADI :**

**T.C. KİMLİK NO :**

**OKULU / SINIFI :**

**SINAVA GİRDİĞİ İL :**

**SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:**

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Cevap kâğıdınıza size verilen soru kitapçığının türünü gösteren harfi işaretlemeyi unutmayınız.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı cevap kâğıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiçbir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürcektir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve karalama kâğıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday bir sorunun yanlış olduğundan emin ise, itiraz için sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayımlandıktan sonra 10 iş günü içerisinde kanıtları ile birlikte, TÜBİTAK'a başvurması gerekir; bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayların sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ortaokul Matematik Olimpiyatı - 2016 Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve Olimpiyat Komitesi sorumlu tutulamaz. Olimpiyat Komitesi bu tür durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kâğıdınızı görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

**BAŞARILAR DİLERİZ.**

1.  $|AB| = 3$ ,  $|BC| = 4$ ,  $|CA| = 5$  koşullarını sağlayan bir  $ABC$  üçgeninde  $BC$  kenarının orta noktası  $D$  dir.  $C$  köşesinden geçen iç açıortayın  $AB$  kenarını kestiği nokta  $E$  olmak üzere  $AD$  ve  $EC$  doğruları  $F$  noktasında kesişiyor. Buna göre  $AEF$  üçgeninin alanının  $CDF$  üçgeninin alanına oranı nedir?

- a)  $\frac{25}{18}$                       b)  $\frac{4}{3}$                       c)  $\frac{35}{32}$                       d)  $\frac{27}{28}$                       e)  $\frac{4}{5}$

2. 30 dan küçük asal sayılar kümesi  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_{10}\}$  olmak üzere bir  $p \in P$  için en küçük asal böleni  $p$  olan 100 den küçük pozitif tam sayıların sayısı  $s_p$  ile gösteriliyor. Buna göre  $s_{p_1} + s_{p_2} + \dots + s_{p_{10}}$  kaçtır?

- a) 83                      b) 79                      c) 75                      d) 72                      e) 67

3. Ardışık 3 pozitif tam sayının toplamı olarak yazılabilen ilk 21 sayının toplamı kaçtır?

- a) 762                      b) 756                      c) 744                      d) 720                      e) 708

4.  $100 \times 100$  satranç tahtasının her birim karesi bir renge, her birim kare kendisiyle ortak kenar paylaşan en az 2 birim kareyle aynı renkte olacak şekilde boyanıyor. Tahtadaki farklı renk sayısı en fazla kaç olabilir?

- a) 2724                      b) 2500                      c) 2450                      d) 2264                      e) Hiçbiri

5. Bir  $ABC$  üçgeninde  $BE$  ve  $CD$  kenarortayları birbirine dik ve  $|BE| = 18$ ,  $|CD| = \frac{27}{2}$  ise  $AF$  kenarortayının uzunluğu kaçtır?

a) 24                      b) 23                      c)  $\frac{45}{2}$                       d) 22                      e)  $\frac{43}{2}$

6.

$$\frac{1}{3m} + \frac{1}{4n} + \frac{17}{12mn} = \frac{1}{2}$$

denklemini sağlayan  $m, n$  pozitif tam sayıları için  $m+n$  ifadesinin alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

a) 23                      b) 21                      c) 19                      d) 17                      e) 15

7. Bir kutuda renkleri kırmızı, beyaz, mavi ve yeşil olan toplam  $n$  top bulunuyor. Kırmızı topların sayısı  $\frac{n}{3} + 20$ , beyaz topların sayısı  $\frac{n}{5} + 15$ , mavi topların sayısı  $\frac{n}{7} + 5$  tir. Yeşil top sayısı mavi top sayısından daha az ise, kutudaki kırmızı top sayısı beyaz top sayısından ne kadar fazladır?

a) 75                      b) 61                      c) 47                      d) 33                      e) 19

8. Başlangıçta  $1, 2, \dots, 2016$  şeker içeren 2016 öbek vardır. Her işlemde bir öbek seçiliyor ve seçilmiş öbekten daha az şeker içermeyen her öbekten (seçilmiş öbek dahil) seçilmiş öbekteki kadar şeker alınıp yeniyor. Birkaç işlem sonunda tek bir öbek kaldıysa son öbekteki şeker sayısı  $1, 2, \dots, 21$  sayılarından kaçına eşit olabilir?

a) 21                      b) 10                      c) 6                      d) 4                      e) 1

21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **B**

9. Eş merkezli iki çemberin arasında kalan bölgenin alanı  $36\pi$  dir. Büyük çemberin bir  $AB$  kirişi küçük çembere teğettir.  $A$  ve  $B$  noktalarında büyük çembere çizilen teğetler  $C$  de kesişiyor.  $|CA| = 10$  ise  $ABC$  üçgeninin alanı nedir?

a) 48                      b) 44                      c) 40                      d) 36                      e) 28

10.  $a + b + c + d + e = 0$  koşulunu sağlayan  $a, b, c, d, e$  tam sayıları için  $a^5 + b^5 + c^5 + d^5 + e^5$  ifadesi 15, 18, 21, 30, 35 sayılarından kaçına her zaman tam bölünür?

a) 5                      b) 4                      c) 3                      d) 2                      e) 1

11.  $a$  bir pozitif gerçel sayı olmak üzere  $21a + 2$  ve  $24a + 9$  sayıları ardışık iki pozitif tam sayının kareleriye  $a$  nın alabileceği en büyük değer ile en küçük değer farkı kaçtır?

a) 8                      b) 6                      c) 4                      d) 3                      e) 1

12. Bir tahtada başlangıçta 1 sayısı yazmaktadır. Ali her hamlede tahtada yazılı olan sayı  $n$  olmak üzere bu sayıyı silip yerine  $2n - 1$  veya  $n + 2$  yazıyor. Buna göre 7 hamle sonunda tahtada yazılı olan sayı 41, 67, 81, 97, 131 sayılarından kaç tanesine eşit olabilir?

a) 5                      b) 4                      c) 3                      d) 2                      e) 1



17.  $|AB| = 2$  ve  $|AD| = 2\sqrt{2}$  koşullarını sağlayan bir  $ABCD$  dikdörtgeninde  $AD$  kenarının orta noktası  $M$  olmak üzere  $BM$  ile  $AC$  doğruları  $K$  de kesişiyor. Buna göre  $A, B, K$  noktalarından geçen çemberin yarıçapı kaçtır?

a)  $\frac{1}{3}$                       b)  $\frac{1}{2}$                       c)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       d) 1                      e)  $\sqrt{2}$

18.  $2016^2$  sayısını bölüp 2016 yı bölmeyen 2016 dan küçük kaç pozitif tam sayı vardır?

a) 82                      b) 63                      c) 47                      d) 35                      e) Hiçbiri

19.  $x$  ve  $y$  gerçel sayılar olmak üzere  $2x^2 - 2xy + 5y^2 - 6y$  ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

a)  $-1$                       b)  $-2$                       c)  $-3$                       d)  $-4$                       e)  $-5$

20. Uzunlukları  $1, 2, \dots, 20$  olan 20 çubuk  $n$  torbaya, herhangi torbadaki çubuklardan üçgen yapılamayacak şekilde dağıtılabiliyorsa,  $n$  en az kaç olabilir?

a) 8                      b) 7                      c) 6                      d) 5                      e) 4



21. Kenar uzunluğu 1 olan bir  $ABCD$  karesinde  $AB$  ve  $AD$  kenarlarının orta noktaları sırasıyla  $E$  ve  $F$  dir.  $CE$  ve  $CF$  doğruları  $A$  merkezli ve  $B$  den geçen çemberi karenin iç bölgesinde sırasıyla  $K$  ve  $L$  noktalarında kesiyor. Buna göre  $|KL|$  uzunluğu nedir?

a)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       b)  $\frac{2\sqrt{2}}{9}$       c)  $\frac{\sqrt{2}}{5}$       d)  $\frac{1}{4}$       e) Hiçbiri

22.  $n$  bir pozitif tam sayı olmak üzere herhangi ikisinin en büyük ortak bölenleri 2 ye eşit ve hepsinin en küçük ortak katları 2016 dan küçük olacak şekilde birbirinden farklı  $a_1, a_2, \dots, a_n$  pozitif tam sayıları bulunabiliyorsa  $n$  en çok kaç olabilir?

a) 6      b) 5      c) 4      d) 3      e) Hiçbiri

23. Tüm  $a, b, c$  gerçel sayıları için  $a^2 + 2b^2 + 3c^2 \geq kc(a + b)$  eşitsizliğinin doğru olması sağlayan en büyük  $k$  gerçel sayısı kaçtır?

a) 3      b) 2      c) 1      d) 0      e) Hiçbiri

24.  $1, 2, \dots, n$  sayıları farkları 8 veya 14 olan sayılar aynı renkte olacak biçimde en az üç farklı renge boyanmışsa,  $n$  en fazla kaç olabilir?

a) 25      b) 22      c) 19      d) 17      e) Hiçbiri

21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **B**

25. Kenarortaylarının kesişim noktası  $G$  olan ve  $|CA|^2 + |AB|^2 = 2|BC|^2$  koşulunu sağlayan bir  $ABC$  üçgeninde  $s(\widehat{CAG}) = 15^\circ$  ise  $s(\widehat{BCG})$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

a)  $75^\circ$                       b)  $60^\circ$                       c)  $45^\circ$                       d)  $30^\circ$                       e)  $15^\circ$

26.  $a$  ve  $b$  aralarında asal pozitif tam sayılar olmak üzere  $(a + b, a - b)$ ,  $(a + b, a^2 - ab + b^2)$ ,  $(a^2b + ab^2, a^3 + ab + b^3)$ ,  $(a + b, a^2 + 3ab + b^2)$ ,  $(a^2 + b^2, a^2 - b^2 + 7ab)$  ikililerinden kaç her zaman aralarında asaldır?

a) 5                      b) 4                      c) 3                      d) 2                      e) 1

27.  $(x^2 + y^2 - 25)(x + y) + 10xy = 0$  eşitliğini sağlayan  $x, y$  gerçel sayıları için  $x + y$  ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

a) 12                      b) 10                      c) 6                      d) 4                      e) 2

28.  $1, 2, \dots, n$  sayıları işaretlenmiş olan bir sayı doğrusunda başlangıçta 1 sayısı üzerinde bir taş bulunuyor. Aslı ve Berk sırayla hamle yaparak bir oyun oynuyorlar. Sırası gelen oyuncu bir pozitif tam sayı seçiyor ve taşı seçtiği sayı kadar sağa veya sola kaydırarak bir başka işaretlenmiş noktanın üzerine yerleştiriyor. Her pozitif tam sayı en fazla bir kez seçilebiliyor ve hamle yapamayan oyuncu oyunu kaybediyor. Oyun  $n = 5, 500, 1000, 1024, 2016$  için birer kez oynanırsa, Aslı bu oyunların kaçını kazanmayı garantileyebilir?

a) 5                      b) 4                      c) 3                      d) 2                      e) 1

29. Bir  $ABCD$  karesinde  $AB$  kenarının orta noktası  $E$  ve  $A$  noktasından  $DE$  doğrusuna inilen dikmenin ayağı  $F$  olmak üzere  $|DF| = 4$  ise  $|CF|$  kaçtır?

- a)  $2\sqrt{5}$       b)  $\sqrt{5}$       c)  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$       d)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$       e)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

30.  $1 \leq n \leq 100$  koşulunu sağlayan her  $n$  tam sayısı için tahtaya  $m^2+n$  ifadesinin 101 ile tam bölünmesini sağlayan en küçük  $m$  pozitif tam sayısı, böyle bir  $m$  yoksa  $-1$  yazılıyor. Buna göre tahtaya yazılan sayıların toplamı kaçtır?

- a) 5050      b) 2500      c) 2025      d) 1225      e) Hiçbiri

31.

$$a^2 + b^2 + a^2b^2 = 2$$

$$ab(a + b - 1) = 1$$

denklem sistemini sağlayan  $a, b$  gerçel sayıları için  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- a) 1      b)  $\frac{2}{3}$       c)  $\frac{1}{2}$       d)  $\frac{1}{3}$       e)  $\frac{1}{4}$

32. Bir çember etrafında her birinde birer bilye bulunan  $n$  tane kutu bulunuyor. Her hamlede bir tane boş olmayan kutu seçiliyor ve bu kutudan bir bilye alınıp bu kutunun bir sağındaki veya bir solundaki kutuya aktarılıyor. Kaç  $n \in \{6, 8, 14, 18, 21\}$  için çift sayıda hamle sonucunda tüm bilyeleri aynı kutuya toplayabiliriz?

- a) 5      b) 4      c) 3      d) 2      e) 1