



Kitapçık Kodu:
MAT-L

**TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI**

**31. ULUSAL BİLİM OLİMPİYATLARI - 2023
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI - MATEMATİK**

Soru Kitapçığı Türü

A

25 Haziran 2023 Pazar, 09.30-12.30

ADAYIN ADI SOYADI :
T.C. KİMLİK NO :
OKULU / SINIFI :
SINAVA GİRDİĞİ İL :

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirilmez alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürmektedir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi ya da karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayımlandıktan sonra 7 işgünü içerisinde, kanıtları ile birlikte, TÜBİTAK'a başvurması gerekir. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- TÜBİTAK Bilim Olimpiyatı -Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve Atatürk Üniversitesi sorumlu tutulamaz. Atatürk Üniversitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyararak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

Başarılar Dileriz

31. Ulusal Bilim Olimpiyatları Birinci Aşama Sınavı - Matematik **A**

1. $s(\widehat{B}) = 90^\circ$ olan bir ABC üçgeninde $[AB]$ kenarının orta noktası M olmak üzere, M den AC ye çizilen dikmenin BC ile kesişimi N olsun. $|BN| = 8$ ve $|CN| = 17$ ise, $|MN|$ kaçtır?
- a) 10 b) 13 c) 15 d) 17 e) Hiçbiri
2. $3^{p^2+p+1} + 7^{p^2+p+1}$ sayısının p ile bölünmesini sağlayan kaç tane p asal sayısı vardır?
- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6
3. x bir gerçel sayı olmak üzere, $4^x + 7^x + 8^x + 10^x + 14^x + 15^x = 17^x + 19^x$ denklemini sağlayan kaç tane x sayısı vardır?
- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) Sonsuz çoklukta
4. 31 kişiden oluşan bir sınıfta, 4 öğrenci içeren her grubun içinde kendisi dışındaki diğer 3 öğrenciyle arkadaş olan en az bir öğrenci bulunuyor. Buna göre bu sınıfta kendisi dışındaki tüm öğrencilerle arkadaş olan öğrenci sayısı en az kaç olabilir?
- a) 26 b) 27 c) 28 d) 29 e) 30

A

31. Ulusal Bilim Olimpiyatları Birinci Aşama Sınavı - Matematik **A**

5. $m(\widehat{B}) > m(\widehat{C})$ olan bir ABC üçgeninde A köşesine ait iç açıortay ve dış açıortay uzunlukları birbirine eşit ise, $2 \cdot \widehat{A} + 3 \cdot \widehat{B} + \widehat{C}$ kaç derecedir?
- a) 360° b) 420° c) 540° d) 630° e) Hiçbiri
6. $(3m+4n)(4m+3n) = 3^{63}$ eşitliğini sağlayan kaç (m, n) tam sayı ikilisi vardır?
- a) 44 b) 64 c) 88 d) 128 e) Hiçbiri
7. x bir pozitif gerçel sayı olmak üzere $[x^2] + [x]$ şeklinde yazılamayan 2023'ten küçük kaç tane pozitif tam sayı vardır?
- a) 1 b) 12 c) 22 d) 44 e) 90
8. Bir yuvarlak masa etrafına oturmuş 31 öğrenciden üçü, seçilen herhangi iki öğrenci arasında en az 4 öğrenci bulunması koşuluyla kaç farklı şekilde seçilebilir?
- a) 1450 b) 1471 c) 1512 d) 1543 e) 1581

A

31. Ulusal Bilim Olimpiyatları Birinci Aşama Sınavı - Matematik **A**

9. O merkezli bir çember üzerinde alınan A ve B noktaları için $m(\widehat{AOB}) = 90^\circ$ dir. Çemberin küçük AB yayı üzerinde alınan bir C noktası ve $[OB]$ üzerinde alınan bir D noktası için $m(\widehat{ACD}) = 90^\circ$ dir. $|AC| = 30$, $|CD| = 16$ ise, $|BD|$ uzunluğu kaçtır?

- a) $\sqrt{66}$ b) $2\sqrt{34}$ c) $3\sqrt{34}$ d) $2\sqrt{66}$ e) Hiçbiri

10. $2^n + 3^n + 5^n$ sayısının 100 ile tam bölünmesini sağlayan 2023 ten küçük kaç n pozitif tam sayısı vardır?

- a) 50 b) 101 c) 150 d) 202 e) 251

11. a_1, a_2, \dots, a_{31} dizisi $a_1 = \frac{1}{31}$ ve her $n = 1, 2, \dots, 30$ değeri için $(n+2)a_n = na_{n+1}$ olarak tanımlanmıştır. Buna göre, $a_1 + a_2 + \dots + a_{31}$ kaçtır?

- a) 176 b) 179 c) 181 d) 187 e) 192

12. Bir sıraya dizilmiş 7 topun her biri kırmızı, mavi ve siyah renklere birine, yan yana iki siyah top olmayacak şekilde kaç farklı biçimde boyanabilir?

- a) 1128 b) 1158 c) 1186 d) 1224 e) 1296

A

31. Ulusal Bilim Olimpiyatları Birinci Aşama Sınavı - Matematik **A**

13. Bir kenarının uzunluğu 6 olan $ABCD$ karesinin $[BC]$ kenarı üzerinde $|BE| = 4$ olan bir E noktası alınıyor. $DE \cap AB = \{K\}$ ve $AE \cap DC = \{L\}$ olmak üzere, EKL üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı nedir?

- a) $\frac{13\sqrt{10}}{6}$ b) 6 c) 9 d) $\frac{8\sqrt{13}}{3}$ e) Hiçbiri

14. $a^3 + 4a^2b - 3ab^2 - 18b^3 = 2023$ eşitliğini sağlayan kaç (a, b) tam sayı ikilisi vardır?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) Hiçbiri

15. x ve y gerçel sayılar olmak üzere, $x^2 - xy + y^2 - x - 2y$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) -3 b) $-\frac{7}{3}$ c) -2 d) $-\frac{4}{3}$ e) Hiçbiri

16. 7 kişilik bir grup içinde bazı tokalaşmalar olmuştur. Tam olarak 1 kişiyle tokalaşan kişi sayısı 1, tam olarak 2 kişi ile tokalaşan kişi sayısı 2 ve tam olarak 3 kişi ile tokalaşan kişi sayısı 3'tür. Buna göre, toplam tokalaşma sayısının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) Hiçbiri

A

31. Ulusal Bilim Olimpiyatları Birinci Aşama Sınavı - Matematik **A**

17. $|AB| = 6$, $|AC| = 8$, $|BC| = 10$ olan bir ABC üçgeni veriliyor. Bu üçgenin çevrel çemberinde A noktasını içermeyen BC yayının orta noktası D olsun. Çevrel çembere D noktasında teğet olan doğrunun AB doğrusuyla kesiştiği nokta E ise, $|ED|$ uzunluğu nedir?

- a) 8 b) $\frac{36}{5}$ c) 9 d) $\frac{28}{3}$ e) $\frac{35}{4}$

18. p bir asal sayı, $n < p$ bir pozitif tam sayı olmak üzere,

$$p^2 | n^5 + n^4 + 7n^3 + n^2 + n + 7$$

şartını sağlayan kaç (n, p) ikilisi vardır?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

19. $k \neq -1$ ve ℓ verilmiş gerçel sayılar olsun. $\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+2} + \frac{z}{z+3} = 1$ eşitliğinde $x = k$ iken $yz = \ell$ olmak zorunda ise, $k + \ell$ kaçtır?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 6

20. $0 * 1 * 2 * 3 * \dots * 30 * 31$ ifadesindeki 31 tane $*$ işaretinin her birinin yerine $+$ ya da $-$ işareti yazarak kaç farklı pozitif tam sayı elde edilebilir?

- a) 224 b) 248 c) 312 d) 368 e) 496

A

31. Ulusal Bilim Olimpiyatları Birinci Aşama Sınavı - Matematik **A**

21. Bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde köşelerden farklı bir D noktası alınıyor. $|AB| = |AD|$, $\frac{|CD|}{|BD|} = 3 + 2\sqrt{3}$, $m(\widehat{ACB}) = 15^\circ$ ise, $m(\widehat{ABC})$ kaçtır?

- a) 75° b) 60° c) 45° d) 30° e) Hiçbiri

22. p ve q asal sayılar olmak üzere,

$$\frac{7pq}{1+p+q}$$

ifadesi $\{1, 2, 3, \dots, 31\}$ değerlerinden kaç tanesine eşit olabilir?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) Hiçbiri

23. $x^2 = 4y + 1$, $y^2 = x^3 + 1$ denklem sisteminin gerçel sayılarda kaç farklı (x, y) çözüm ikilisi bulunur?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

24. Başlangıçta 1, 2, 3, 4, 5, 6 sayılarının yazılı olduğu bir tahtada Aslı bir oyun oynuyor. Aslı her hamlesinde tahtadan önce bir a sayısı sonra da bir b sayısı seçiyor. $x^2 - ax + b$ polinomunun iki kökü de pozitif tam sayıysa, Aslı a ve b sayılarını silip yerine bu polinomun iki kökünü yazmaktadır. Aslı, sonlu sayıda hamle sonucunda tahtadaki sayıların çarpımını 14, 16, 20, 24, 32 sayılarından kaç tanesini yapabilir?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

A

31. Ulusal Bilim Olimpiyatları Birinci Aşama Sınavı - Matematik A

25. $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ olan bir ABC üçgeninde A noktasından BC kenarına inen dikmenin ayağı D ve $[AD]$ nin orta noktası E olsun. $m(\widehat{BEC}) = 120^\circ$ ise, $\frac{|BC|}{|AD|}$ kaçtır?

- a) 2 b) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ c) 3 d) $2\sqrt{3}$ e) 4

26. $f : \{1, 2, \dots, 30\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 30\}$ birebir bir fonksiyon olmak üzere, en fazla kaç tane $1 \leq a \leq 30$ tam sayısı için $f(1)f(2)\dots f(a) + 1$ sayısı 31 ile tam bölünür?

- a) 14 b) 15 c) 16 d) 29 e) 30

27. x, y, z pozitif gerçel sayıları

$$x + y + z = 10$$

$$\sqrt{36 - x^2} + \sqrt{49 - y^2} + \sqrt{169 - z^2} = 24$$

denklemlerini sağlıyorsa, $\frac{xz}{y}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\frac{30}{7}$ b) 5 c) 6 d) $\frac{65}{8}$ e) $\frac{49}{3}$

28. Bir masa üzerinde k, m ve n bilye içeren üç öbek bulunuyor. İki oyuncu sırayla hamle yaparak bir oyun oynuyorlar. Sırası gelen oyuncu masa üzerindeki öbeklerden istediği ikisini seçiyor ve bu iki öbeğin daha az bilye içereninden daha fazla bilye içerenine istediği bir pozitif tam sayı adedince bilyeyi aktarıyor (seçilen öbeklerde bilye sayıları eşitse bilyeler öbeklerin herhangi birinden aktarılıyor). Hamle yapamayan oyuncu oyunu kaybediyor. Oyun $(k, m, n) = (9, 9, 21), (11, 11, 11), (9, 10, 31), (8, 16, 24)$ ve $(9, 22, 22)$ için birer kez oynanırsa, oyuna başlayan oyuncu bu oyunlardan kaçını kazanmayı garantileyebilir?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

A

31. Ulusal Bilim Olimpiyatları Birinci Aşama Sınavı - Matematik **A**

29. Bir kenar uzunluğu 50 olan $ABCD$ karesinin iç bölgesinde bir Γ çemberi çiziliyor. A ve B den Γ çemberine çizilen teğetlerin uzunlukları 40, C den Γ çemberine çizilen teğetin uzunluğu 30 ise, Γ çemberinin yarıçapı kaçtır?

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) Hiçbiri

30. $1^1 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + \dots + (31!)^{(31!)}$ sayısının 31 ile bölümünden kalan nedir?

- a) 0 b) 1 c) 15 d) 16 e) 30

31.

$$(xy + 2)^2 + 10(x + y) + 21 = 2(x^3 + y^3) + 5(x^2 + y^2)$$

eşitliğini sağlayan x ve y gerçel sayıları için, $x^2 + y^2$ en az kaçtır?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) Hiçbiri

32. 32×31 bir tahtanın tüm birim karelerine farklı birer gerçel sayı yazılmıştır. Bir birim karedeki sayı, bu birim kareyle en az bir ortak köşe paylaşan birim karelerdeki sayıların en fazla birinden küçükse bu birim kareye *özel* birim kare diyelim. Özel birim kare sayısı en fazla kaç olabilir?

- a) 480 b) 488 c) 496 d) 505 e) 512

A

**BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.**

**BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.**

**BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.**

**BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.**

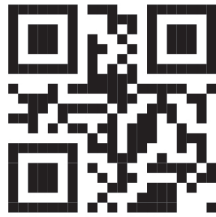
**BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.**

**BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.**

A

A

BU SAYFA
BOŞ BIRAKILMIŞTIR.



31. Ulusal Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı

Cevap Anahtarı

A

- 1 A
- 2 B
- 3 B
- 4 C
- 5 E
- 6 A
- 7 D
- 8 E
- 9 B
- 10 D
- 11 A
- 12 D
- 13 A
- 14 B
- 15 B
- 16 C
- 17 E
- 18 D
- 19 E
- 20 B
- 21 A
- 22 D
- 23 C
- 24 C
- 25 B
- 26 C
- 27 A
- 28 C
- 29 D
- 30 E
- 31 C
- 32 E

B

- 1 E
- 2 A
- 3 D
- 4 E
- 5 A
- 6 B
- 7 B
- 8 C
- 9 A
- 10 B
- 11 B
- 12 C
- 13 B
- 14 D
- 15 A
- 16 D
- 17 A
- 18 D
- 19 C
- 20 C
- 21 E
- 22 D
- 23 E
- 24 B
- 25 D
- 26 E
- 27 C
- 28 E
- 29 B
- 30 C
- 31 A
- 32 C