

Özel Yürüyüş - Çözüm

Problemin çözümüne değinmeden önce birtakım kritik gözlemler üzerinde duralım:

- En optimal stratejide Emirhan Dede eğer mümkünse K defa özel tesislerde mola verip favori yemeğini yemelidir.
- Emirhan Dede'nin yapacağı yürüyüş tüm özel tesislerin K uzunluğunda bir tekrarlı permütasyonu olarak gösterilebilir. Bir diğer deyişle eğer $t[i]$ Emirhan Dede'nin i . uğradığı özel tesis ise her i için $1 \leq t[i] \leq N$ ve $t[i]$ özel bir tesis olmalıdır. Bu durumda eğer en optimal özel tesis dizilimi bilinirse yolculuğa başlanan tesis ile yolculuğun bittiği tesis bu başlangıç ve bitişte bulunan özel tesislere en uzakta bulunan tesisler olarak seçilebilir.
- Varsayalım ki T ağacı tüm özel tesis ikilileri arasındaki yolların birleşimi ile oluşan bir ağaç olsun. O zaman:
 - Eğer $K = 1$ ise dinlenilecek tesis bu T ağacının olası diameter uçlarından herhangi biri olmalıdır.
 - * Çünkü normal ağaçtaki tesislere T ağacında bulunan tesislerden en uzak olanı T ağacının olası diameter'larının ucunda yer almaktadır.
 - Eğer $K = 2$ ise dinlenilecek iki özel tesisten en az bir tanesi T ağacının olası diameter'larının ucunda olmalıdır.
 - * Şunu görebiliriz ki tüm yürüyüşün başlangıç ve bitiş tesisleri normal ağacın olası diameter'larının uçlarından biridir (hatta aynı tesis bile olabilirler).
 - * Eğer başlangıç ve bitiş tesisi aynı ise oluşacak yürüyüşün uzunluğu, T ağacındaki iki özel tesis ve normal ağaçtaki bir tesisin arasındaki yolların birleşimi ile oluşacak ağacın yollarının sayısının iki katı olacaktır. Bu durumda ise en optimal yaklaşım T ağacının diameter uçlarından ikisini seçmektir.
 - * Eğer başlangıç ve bitiş tesisi farklı ise bu iki tesis arasındaki yol ve T ağacından seçilen iki özel tesis arasındaki yol ya kesişmektedir ya da bir başka yollar dizisi ile birbirine bağlıdır. Bu durumda ise gerekli incelemeler yapılsa özel tesislerden en az bir tanesinin T ağacının olası diameter'larının uçlarından biri olduğu görülebilir.

Eğer soruyu $K = 1$ ve $K = 2$ için çözebilirsek, daha büyük K değerleri için çözmek çok kolay olacaktır. Üstteki gözlemlere dayanarak şunu görebiliriz ki $K = 1$ ve $K = 2$ durumlarında en az 1 adet özel tesis vardır öyle ki bu tesis T ağacının olası diameter'larından biri olsun. Eğer bu özel tesis'e A dersek ve T ağacında A 'ya en uzak olan özel tesis'e de B dersek, o zaman verilen K sayısının çiftlik ve teklik durumuna göre $K = 1$ veya $K = 2$ durumunu çözüp, A özel tesisinin yanına B , A tesislerini ekleyerek daha büyük K değerleri için de en optimal çözüme varabiliriz.

Yani, eğer $K = 1$ için çözümümüz a, A, b ise (küçük harfler normal tesis, büyük harfler özel tesis) daha büyük ve tek olan bir K değeri için çözümü şu şekilde genişletebiliriz: $a, A, B, A, B, A...B, A, b$. Bu durumun benzeri çift bir K için de benzer bir şekildedir.

O zaman K tek ise tüm özel tesislere en uzak olan özel ve normal tesisleri bulmak yeterlidir. Fakat K çift ise, bunun yanında bir de her özel tesis için öyle bir özel tesis C bulmalıyız ki bu iki özel tesis arasındaki mesafe ile C tesisine en uzak tesis arasındaki mesafenin toplamı maksimum olsun. Bunun için de ağaçta dinamik programlama temalı bir yaklaşım izleyebiliriz. Ağacı 1 numaralı tesisi

kök kabul ederek gezersek ve her tesisin alt ağacındaki en optimal C değerini hesaplarsak, bir başka gezintide her tesisin alt ağacı dışında olabilecek en optimal C değerini de hesaplayabiliriz. Bunun içinse her tesisin alt ağacında kalan en optimal C tesisi ile birlikte ikinci en optimal C tesisini de hesaplıyoruz. Fakat şu nokta önemlidir ki bu hesaplanan iki C tesisi farklı çocukların alt ağacında bulunmalıdır. Ardından bir başka gezintide her dallanma öncesi dallanılacak çocuğun alt ağacında bulunmayan C özel tesisini elimizdeki en optimal iki C tesisinden uygun olanını seçerek güncelliyoruz ve böylece tüm tesislerin hem alt ağacı içinde hem de alt ağacının dışında bulunan en optimal C tesislerini hesaplamış oluyoruz. Daha açık bir şekilde anlamak ve detayları incelemek için çözüm kodundaki *dfs_sub*, *update_best* ve *dfs_up* fonksiyonlarını inceleyebilirsiniz.

Zaman karmaşıklığımız ise $O(N)$ 'dir.