



**TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI**

**28. ULUSAL BİLİM OLİMPİYATLARI - 2020
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI
LİSE MATEMATİK**

Soru kitapçığı türü

A

29 Ağustos 2020 Cumartesi, 09.30-12.30

ADAYIN ADI SOYADI :
T.C. KİMLİK NO :
OKULU / SINIFI :
SINAVA GİRDİĞİ İL :

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürmektedir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi ya da karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayımlandıktan sonra 7 işgünü içerisinde, kanıtları ile birlikte, TÜBİTAK'a başvurması gerekir. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ulusal Bilim Olimpiyatı -Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve İstanbul Üniversitesi sorumlu tutulamaz. İstanbul Üniversitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyararak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

Başarılar Dileriz

9. Bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde alınan bir D noktası için $m(\widehat{BAD}) = 120^\circ$ ve $m(\widehat{CAD}) = 30^\circ$ 'dir. $|AD| = 6$ ve $|DC| = 21$ ise, $|AB|$ kaçtır?

- a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 13

10. m, n ve k pozitif tam sayılar olmak üzere, m sayısının n ile bölümünden kalan k dir. Ayrıca m sayısı 28 ile bölündüğünde kalan 27, bölüm ise n dir. Buna göre, k nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- a) 4 b) 7 c) 10 d) 14 e) 27

11. Negatif olmayan a, b ve c gerçel sayıları $a + b + c = 1$ eşitliğini sağlıyorsa,

$$\frac{1}{1+4a^2} + \frac{1}{1+4b^2} + \frac{1}{1+4c^2}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) 1 b) 2 c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{5}{2}$ e) $\frac{4}{3}$

12. Her pozitif tam sayı k renkten birine, farkları veya oranları 2 olan herhangi iki sayı farklı renkte olacak şekilde boyanabiliyorsa, k nin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 8

13. Bir ABC üçgeninin sırasıyla $[AB]$ ve $[AC]$ kenarları üzerinde alınan K ve L noktaları için $|AK| = 12$, $|BK| = 16$ ve $|CL| = 6$ 'dır. $[BC]$ kenarı üzerinde D ve E noktaları $E \in [DC]$ ve $|BD| = |DE| = |EC|$ olacak şekilde alınıyor. $m(\widehat{BKE}) = m(\widehat{CLD})$ ise, $|AL|$ kaçtır?

a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

14. Her $n \geq 1$ için $a_{n+1} = a_n^3 + 1799$ koşulunu sağlayan bir $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ pozitif tam sayı dizisinde en az iki tam kare bulunuyorsa, a_{2020} sayısının 28 ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisi olabilir?

a) 2 b) 6 c) 14 d) 22 e) Hiçbiri

15. $P(x)$ bir polinom olmak üzere, her a gerçel sayısı için $P(a) = P(b)$ eşitliğini sağlayan a dan farklı en az bir b gerçel sayısı bulunuyorsa, $P(x)$ polinomuna *çok tersli* polinom diyelim. $P_1(x) = x^2 - 2020x$, $P_2(x) = x^3 - 2020x^2 + x$, $P_3(x) = x^4 - 2020x^2$ ve $P_4(x) = x^5 - 2020x^3$ polinomlarından kaç tanesi çok terslidir?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

16. 6 farklı renkten 100'er top n kutuya, aynı renkli herhangi iki top farklı kutularda yer alacak şekilde dağıtılmıştır. Herhangi iki kutu için bu 6 renkten öyle biri vardır ki bu iki kutunun hiçbirinde o renge boyalı top bulunmamaktadır. Buna göre n nin alabileceği en küçük değer nedir?

a) 180 b) 200 c) 220 d) 240 e) 260

21. $|AB| = 25$ ve $|AC| = 40$ olan bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde alınan bir D noktası için $|BD| = 15$ ve $|DC| = 24$ tür. Buna göre ABD ve ACD üçgenlerinin diklik merkezleri arasındaki uzaklık kaçtır?

- a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

22. $a_1 = 2$, $a_2 = 8$ ve her $n \geq 2$ için $a_{n+1} = 2a_n + 4n^2a_{n-1}$ koşullarını sağlayan bir $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ pozitif tam sayı dizisi tanımlanıyor. a_{2020} sayısını tam bölen en büyük asal sayı kaçtır?

- a) 97 b) 101 c) 2011 d) 2017 e) 2027

23. L ve U gerçel sayılar ve $L < U$ olmak üzere, her $L < a < U$ gerçel sayısı için $9x^4 - 6x^2 = a$ denkleminin dört farklı gerçel kökü bulunuyorsa, $U - L$ nin alabileceği en büyük değer nedir?

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{3}{2}$ e) Hiçbiri

24. Tek kişilik bir oyun oynayan Aslı, ilk hamlesinde boş bir tahtaya iki basamaklı bir pozitif tam sayı yazıyor. Aslı, bundan sonraki her hamlesinde, tahtada yazılı olan sayılardan birinin hem iki katını hem de üç katını tahtaya yazıyor. Bir kaç hamle sonucunda tahtadaki bütün sayıların toplamı 2018, 2020, 2022, 2024 sayılarından kaçına eşit olabilir?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

28. Ulusal Bilim Olimpiyatları Birinci Aşama Sınavı - Lise Matematik **A**

25. $m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$ olan bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde $m(\widehat{ADB}) < 90^\circ$ şartını sağlayan bir D noktası alınıyor. $|AB| \cdot |AC| = 4$, $|BD| \cdot |CD| = 2$ ve $|AD| = \sqrt{2}$ ise, $m(\widehat{ADB})$ nedir?

- a) 15° b) 30° c) 45° d) 60° e) 75°

26. n pozitif bir tam sayı olmak üzere, $a^3 - 1$ in n ile tam bölündüğü her a tam sayısı için $a^{2020} - 1$ de n ile tam bölünüyorsa, n ye *tuhaf sayı* diyelim. Aşağıdakilerden hangisi bir tuhaf sayıdır?

- a) 61 b) 63 c) 65 d) 67 e) 69

27. $x^2 - x + 1 = y^3$ ve $y^2 - y = x^3$ eşitliklerinin her ikisini de sağlayan kaç farklı (x, y) gerçel sayı ikilisi vardır?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

28. Her birinin uzunluğu 1 olan n tane kapalı doğru parçasının bileşimi $[0, 28]$ doğru parçasına eşittir. Bu doğru parçalarının her birinde, diğer $n - 1$ doğru parçasının hiçbirinde bulunmayan en az bir nokta varsa, n en fazla kaç olabilir?

- a) 28 b) 34 c) 41 d) 48 e) 54

29. Uzayda bir D düzlemi üzerinde çakışık veya doğrusal olmayan A, B ve C noktaları almıyor. Bu üç noktadan geçen O merkezli bir küre üzerindeki P ve Q noktaları için $|PA| = |PB| = |PC| = 30$ ve $|QA| = |QB| = |QC| = 40$ ise, O noktasının D düzlemine uzaklığı kaçtır?

- a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

30. Pozitif bölenleri toplamı 8 ile tam bölünmeyen bir pozitif tam sayıya *özel* sayı diyelim. Her biri özel sayı olan en fazla kaç ardışık pozitif tam sayı vardır?

- a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

31. x ve y gerçel sayılar olmak üzere $x^2 - 2y^2 = \frac{3}{8}$ ise, $x^4 - y$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) $-\frac{1}{4}$ b) $-\frac{1}{8}$ c) 0 d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{1}{4}$

32. 12×12 bir satranç tahtasının 71 birim karesi işaretlenecektir. Bu işlem, ortak bir kenar paylaşan işaretli iki birim kare bulunmayacak şekilde kaç farklı biçimde yapılabilir?

- a) 132 b) 136 c) 140 d) 144 e) 148



**TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI**

**28. ULUSAL BİLİM OLİMPİYATLARI - 2020
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI
LİSE MATEMATİK**

Soru kitapçığı türü

B

29 Ağustos 2020 Cumartesi, 09.30-12.30

ADAYIN ADI SOYADI :
T.C. KİMLİK NO :
OKULU / SINIFI :
SINAVA GİRDİĞİ İL :

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürülecektir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi ya da karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayımlandıktan sonra 7 işgünü içerisinde, kanıtları ile birlikte, TÜBİTAK'a başvurması gerekir. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ulusal Bilim Olimpiyatı -Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve İstanbul Üniversitesi sorumlu tutulamaz. İstanbul Üniversitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyararak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

Başarılar Dileriz

9. Bir ABC üçgeninin sırasıyla $[AB]$ ve $[AC]$ kenarları üzerinde alınan K ve L noktaları için $|AK| = 12$, $|BK| = 16$ ve $|CL| = 6$ 'dır. $[BC]$ kenarı üzerinde D ve E noktaları $E \in [DC]$ ve $|BD| = |DE| = |EC|$ olacak şekilde alınıyor. $m(\widehat{BKE}) = m(\widehat{CLD})$ ise, $|AL|$ kaçtır?

a) 14 b) 13 c) 12 d) 11 e) 10

10. Her $n \geq 1$ için $a_{n+1} = a_n^3 + 1799$ koşulunu sağlayan bir $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ pozitif tam sayı dizisinde en az iki tam kare bulunuyorsa, a_{2020} sayısının 28 ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisi olabilir?

a) 22 b) 14 c) 6 d) 2 e) Hiçbiri

11. $P(x)$ bir polinom olmak üzere, her a gerçel sayısı için $P(a) = P(b)$ eşitliğini sağlayan a dan farklı en az bir b gerçel sayısı bulunuyorsa, $P(x)$ polinomuna *çok tersli* polinom diyelim. $P_1(x) = x^2 - 2020x$, $P_2(x) = x^3 - 2020x^2 + x$, $P_3(x) = x^4 - 2020x^2$ ve $P_4(x) = x^5 - 2020x^3$ polinomlarından kaç tanesi çok terslidir?

a) 4 b) 3 c) 2 d) 1 e) 0

12. 6 farklı renkten 100'er top n kutuya, aynı renkli herhangi iki top farklı kutularda yer alacak şekilde dağıtılmıştır. Herhangi iki kutu için bu 6 renkten öyle biri vardır ki bu iki kutunun hiçbirinde o renge boyalı top bulunmamaktadır. Buna göre n nin alabileceği en küçük değer nedir?

a) 260 b) 240 c) 220 d) 200 e) 180

13. Bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde alınan bir D noktası için $m(\widehat{BAD}) = 120^\circ$ ve $m(\widehat{CAD}) = 30^\circ$ 'dir. $|AD| = 6$ ve $|DC| = 21$ ise, $|AB|$ kaçtır?

- a) 13 b) 12 c) 11 d) 10 e) 9

14. m, n ve k pozitif tam sayılar olmak üzere, m sayısının n ile bölümünden kalan k dir. Ayrıca m sayısı 28 ile bölündüğünde kalan 27, bölüm ise n dir. Buna göre, k nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- a) 27 b) 14 c) 10 d) 7 e) 4

15. Negatif olmayan a, b ve c gerçel sayıları $a + b + c = 1$ eşitliğini sağlıyorsa,

$$\frac{1}{1+4a^2} + \frac{1}{1+4b^2} + \frac{1}{1+4c^2}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{5}{2}$ c) $\frac{3}{2}$ d) 2 e) 1

16. Her pozitif tam sayı k renkten birine, farkları veya oranları 2 olan herhangi iki sayı farklı renkte olacak şekilde boyanabiliyorsa, k nin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) 8 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3

17. $|AB| = 25$ ve $|AC| = 40$ olan bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde alınan bir D noktası için $|BD| = 15$ ve $|DC| = 24$ tür. Buna göre ABD ve ACD üçgenlerinin diklik merkezleri arasındaki uzaklık kaçtır?

- a) 14 b) 13 c) 12 d) 11 e) 10

18. $a_1 = 2$, $a_2 = 8$ ve her $n \geq 2$ için $a_{n+1} = 2a_n + 4n^2a_{n-1}$ koşullarını sağlayan bir $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ pozitif tam sayı dizisi tanımlanıyor. a_{2020} sayısını tam bölen en büyük asal sayı kaçtır?

- a) 2027 b) 2017 c) 2011 d) 101 e) 97

19. L ve U gerçel sayılar ve $L < U$ olmak üzere, her $L < a < U$ gerçel sayısı için $9x^4 - 6x^2 = a$ denkleminin dört farklı gerçel kökü bulunuyorsa, $U - L$ nin alabileceği en büyük değer nedir?

- a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{1}{3}$ e) Hiçbiri

20. Tek kişilik bir oyun oynayan Aslı, ilk hamlesinde boş bir tahtaya iki basamaklı bir pozitif tam sayı yazıyor. Aslı, bundan sonraki her hamlesinde, tahtada yazılı olan sayılardan birinin hem iki katını hem de üç katını tahtaya yazıyor. Bir kaç hamle sonucunda tahtadaki bütün sayıların toplamı 2018, 2020, 2022, 2024 sayılarından kaçına eşit olabilir?

- a) 4 b) 3 c) 2 d) 1 e) 0

25. Uzayda bir D düzlemi üzerinde çakışık veya doğrusal olmayan A, B ve C noktaları almıyor. Bu üç noktadan geçen O merkezli bir küre üzerindeki P ve Q noktaları için $|PA| = |PB| = |PC| = 30$ ve $|QA| = |QB| = |QC| = 40$ ise, O noktasının D düzlemine uzaklığı kaçtır?

- a) 10 b) 9 c) 8 d) 7 e) 6

26. Pozitif bölenleri toplamı 8 ile tam bölünmeyen bir pozitif tam sayıya *özel* sayı diyelim. Her biri özel sayı olan en fazla kaç ardışık pozitif tam sayı vardır?

- a) 10 b) 9 c) 8 d) 7 e) 6

27. x ve y gerçel sayılar olmak üzere $x^2 - 2y^2 = \frac{3}{8}$ ise, $x^4 - y$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{8}$ c) 0 d) $-\frac{1}{8}$ e) $-\frac{1}{4}$

28. 12×12 bir satranç tahtasının 71 birim karesi işaretlenecektir. Bu işlem, ortak bir kenar paylaşan işaretli iki birim kare bulunmayacak şekilde kaç farklı biçimde yapılabilir?

- a) 148 b) 144 c) 140 d) 136 e) 132

29. $m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$ olan bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde $m(\widehat{ADB}) < 90^\circ$ şartını sağlayan bir D noktası alınıyor. $|AB| \cdot |AC| = 4$, $|BD| \cdot |CD| = 2$ ve $|AD| = \sqrt{2}$ ise, $m(\widehat{ADB})$ nedir?

- a) 75° b) 60° c) 45° d) 30° e) 15°

30. n pozitif bir tam sayı olmak üzere, $a^3 - 1$ in n ile tam bölündüğü her a tam sayısı için $a^{2020} - 1$ de n ile tam bölünüyorsa, n ye *tuhaf sayı* diyelim. Aşağıdakilerden hangisi bir tuhaf sayıdır?

- a) 69 b) 67 c) 65 d) 63 e) 61

31. $x^2 - x + 1 = y^3$ ve $y^2 - y = x^3$ eşitliklerinin her ikisini de sağlayan kaç farklı (x, y) gerçel sayı ikilisi vardır?

- a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1

32. Her birinin uzunluğu 1 olan n tane kapalı doğru parçasının bileşimi $[0, 28]$ doğru parçasına eşittir. Bu doğru parçalarının her birinde, diğer $n - 1$ doğru parçasının hiçbirinde bulunmayan en az bir nokta varsa, n en fazla kaç olabilir?

- a) 54 b) 48 c) 41 d) 34 e) 28

28. Ulusal Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı

Cevap Anahtarı

A

- 1 b
- 2 c
- 3 e
- 4 d
- 5 a
- 6 c
- 7 a
- 8 e
- 9 b
- 10 d
- 11 b
- 12 a
- 13 a
- 14 d
- 15 b
- 16 b
- 17 d
- 18 a
- 19 c
- 20 c
- 21 d
- 22 d
- 23 e
- 24 c
- 25 c
- 26 e
- 27 a
- 28 e
- 29 b
- 30 b
- 31 c
- 32 e

B

- 1 e
- 2 c
- 3 d
- 4 a
- 5 d
- 6 c
- 7 a
- 8 b
- 9 e
- 10 a
- 11 d
- 12 d
- 13 d
- 14 b
- 15 d
- 16 e
- 17 b
- 18 b
- 19 e
- 20 c
- 21 b
- 22 e
- 23 c
- 24 b
- 25 d
- 26 d
- 27 c
- 28 a
- 29 c
- 30 a
- 31 e
- 32 a