

23. Ulusal Ortaokul Matematik Olimpiyatı  
İkinci Aşama Sınavı

24 Kasım 2018

---

---

1.  $n$  bir pozitif tam sayı olmak üzere,  $n$  nin pozitif bölenlerinin sayısını  $s(n)$  ile gösterelim.

$$k = s(a) = s(b) = s(2a + 3b)$$

olacak şekilde  $a$  ve  $b$  pozitif tam sayılarının bulunmasını sağlayan tüm  $k$  pozitif tam sayılarını bulunuz.

2.  $n \times n$  bir satranç tahtasının bazı birim karelerine birer kale yerleştirilmiştir. Bu kalelerden birbirini tehdit etmeyen herhangi ikisi için bu ikisinin de tehdit ettiği boş bir birim kare bulunduğuna göre, tahtada en çok kaç kale bulunabilir?

*Not: Bir kale kendisiyle aynı satırda veya sütunda bulunan ve aralarındaki tüm birim karelerin boş olduğu birim kareleri tehdit etmektedir.*

3. Çevrel çember merkezi  $O$  olan dar açılı bir  $ABC$  üçgeninde  $AO$  doğrusuna dik olan bir doğru  $[AC]$  ve  $[AB]$  kenarlarını, sırasıyla  $D$  ve  $E$  noktalarında kesiyor.  $[BC]$  kenarı üzerinde  $AO$  nun  $BC$  yi kestiği noktadan farklı bir  $K$  noktası alınıyor.  $AK$  doğrusu  $ADE$  üçgeninin çevrel çemberini  $A$  dan farklı bir  $L$  noktasında kesiyor.  $A$  noktasının  $DE$  doğrusuna göre simetriği  $M$  olmak üzere  $K, L, M, O$  noktalarının çemberdeş olduğunu gösteriniz.

4. Tüm  $x, y, z$  pozitif gerçel sayıları için

$$\frac{x^3y + y^3z + z^3x}{x + y + z} + \frac{4c}{xyz} \geq 2c + 2$$

eşitsizliğini sağlayan tüm  $c$  pozitif gerçel sayılarını bulunuz.