TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI

30. BİLİM OLİMPİYATLARI – 2022
İKİNCİ AŞAMA SINAVI

ASTRONOMİ ve ASTROFİZİK

Soru Kitapçığı Türü

A

19 Aralık 2022 Pazartesi, 09.30 – 13.30

ADAYIN ADI SOYADI :
T.C. KİMLİK NO :
OKULU / SINIFI :

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav açık uçlu 8 sorudan oluşmaktadır, süre 240 dakikadır.
- Sorular zorluk sırasında **değildir**. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- **Sınavda Yalnızca Mavi Tükenmez Kalem Kullanınız.**
- Okunmasını istemediğiniz kâğıtların üzerine, sayfayı kaplayacak şekilde çarpı (X) işareti çiziniz.
- Çözüm kâğıtlarınızda okunmasını istemediğiniz bölümleri kutu içerisine alıp üzerine çarpı (X) işareti çiziniz.
- Çözmediğiniz sorular için boş bir sayfaya sorunun numarasını yazıp **Soru Çözülmemiştir** notu düşünüz.
- Çözüm kâğıtlarının sadece ön yüzünü kullanınız ve üstteki bilgileri muhakkak doldurunuz.
  Sayfa no kısmını doldururken;
  "*çözmekte olduğunuz sorunun kaçıncı sayfasında olduğunuz*" / "*o sorunun toplam sayfa sayısı*"
  şeklinde doldurunuz. Örneğin 2. soruyu diyelim toplam 3 sayfada çözmüşseniz; her sayfada "Soru No: 2" yazıp her bir çözüm sayfası için "Sayfa No: 1/3", "Sayfa No: 2/3" ve "Sayfa No: 3/3" yazarak doldurmalısınız.

- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve geçerli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- TUBİTAK Bilim Olimpiyatı İkinci Aşama Sınavında sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve Olimpiyat Komitesi sorumlu tutulamaz. Olimpiyat Komitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyarmak zorunda değildir. Bu konuda sorumluluk adaya aittir.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

Başarılar dileriz.

Sabitler

Işık hızı	$c = 3 \times 10^8$ m s^{-1}
Kütleçekim sabiti	$G = 6.67 \times 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}
Stefan-Boltzmann sabiti	$\sigma = 5.6703992 \times 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4}
Güneş'in yüzey sıcaklığı	$T_{\text{güneş}} = 5800$ °K
Güneş'in ışınım gücü	$L_{\text{güneş}} = 3.827 \times 10^{26}$ W
Güneş'in kütlesi	$M_{\text{güneş}} = 1.989 \times 10^{30}$ kg $= 333030\ M_{\text{yer}}$
Yer'in kütlesi	$M_{\text{yer}} = 5.972 \times 10^{24}$ kg

Bağıntılar

Işınım Gücü	$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$
Wien yasası	$\lambda_{\max} T = 2.897771955 \times 10^{-3}$ m K
Kepler'in üçüncü yasası	$a^3 = \dfrac{G}{4\pi^2}(M_1 + M_2)P^2$
a (AB), P (yıl), M (Güneş kütlesi)	$a^3 = (M_1 + M_2)P^2$
Standart Sapma	$\sigma_x = \sqrt{\dfrac{\sum (x - x_{\text{ort}})^2}{n-1}}$

Birimler

1 Å (Angström) $= 10^{-10}$ m $= 0.1$ nm

1 pc (parsek) $= 3.09 \times 10^{16}$ m $\simeq 206265$ AB

1 AB (Astronomik Birim) $\simeq 1.5 \times 10^{11}$ m

Soru 1.	A9-C01

Samanyolu diskindeki ince ve kalın disk yıldız popülasyonlarının yoğunluklarının dikey doğrultuda Gökada düzleminden itibaren uzaklaştıkça nasıl azaldığını aşağıdaki yoğunluk modeliyle ifade edebiliriz:

$$\rho_i(z) = n_i \exp\left(-\frac{|z|}{H_i}\right)$$

Burada $i = 1$ ince diski, $i = 2$ kalın diski, z yıldızların Samanyolu düzlemine olan dik uzaklığını, $\rho_i(z)$ ince ya da kalın disk popülasyonlarının dik uzaklığa bağlı yoğunluğunu, n_i ince ya da kalın disk popülasyonunun Güneş civarındaki yoğunluğunu H_i ince ya da kalın disk popülasyonunun Samanyolu düzleminden dik doğrultuda exponansiyel azalmayı ifade eden yükseklik ölçeğini ifade eder.

İnce diskin yükseklik ölçeğinin 275 pc, kalın disk yükseklik ölçeğinin 850 pc ve kalın diskin Güneş civarındaki yoğunluğunun ince diskin Güneş civarındaki yoğunluğuna oranının 0.08 olduğunu varsayalım.

A) (**4 puan**) İnce ve kalın disk yıldızlarının eş yoğunlukta olduğu dik uzaklık kaç parsektir?

B) (**3 puan**) A'da bulunan dik uzaklık değeri için ince disk popülasyonunun yoğunluğu nedir?

***

C) (**3 puan**) Güneş'in Samanyolu merkezine uzaklığı yaklaşık 8.5 kpc ve Samanyolu merkezi etrafındaki dönme hızı 220 km/s'dir. Samanyolu kütlesinin önemli bölümünün 8.5 kpc'lik yarıçap içinde olduğunu varsayarak Samanyolu'nun kütlesini hesaplayınız.

D) (**5 puan**) Tully-Fisher İlişkisi (TFR) sarmal galaksilerin mutlak parlaklıkları ile maksimum dönme hızları arasında doğrusal bir bağıntı olduğunu söyler. NGC 3627 galaksisinde (tür: SBb) zonklama periyodu 41 gün olan bir Cepheid değişeni $m = 22$ kadir olarak gözleniyor. Galaksinin toplam görünen parlaklığının $m_{\mathrm{gal}} = 8.92$ olduğu bilindiğine göre, sönümlemeyi ihmal ederek NGC 3627'nin maksimum dönme hızını (V_{max}) hesaplayınız.

Periyot-Parlaklık Bağıntısı (PLR): $M = -2.43 \times \log_{10}(P) - 4.05$

Tully-Fisher İlişkisi (TFR): $M_{\mathrm{gal}} = -10.2 \times \log_{10} V_{\mathrm{max}} + 2.71$

E) (**5 puan**) Samanyolu Galaksisinin merkezinde, Sgr A* adı verilen ve Schwarzschild yarıçapı $R_{\mathrm{S}} = 0.08$ AB olduğu bilinen süper-kütleli bir karadelik bulunmaktadır. Galaksi merkezinde, Sgr A*'a en yakın yörüngede S2 adlı yıldız dolanmaktadır. S2 yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğu a olarak alındığında, S2'nin yaklaşık 16 yıllık yörünge periyoduna sahip olabilmesi için a/R_{s} oranı ne olmalıdır?

(A)
Gökada'nın ince ve kalın disk popülasyonlarının birbirine eş yoğunlukta olduğu Gökada düzleminden dik uzaklığını (z) bulmak için iki bileşenin yoğunlukları birine eşitlenir.

$$\rho_1(z) = \rho_2(z) \rightarrow n_1 \exp\left(-\frac{|z|}{H_1}\right) = n_2 \left(-\frac{|z|}{H_2}\right) \rightarrow n_1 e^{-\frac{|z|}{H_1}} = n_2 e^{-\frac{|z|}{H_2}} \rightarrow \frac{e^{-\frac{|z|}{H_1}}}{e^{-\frac{|z|}{H_2}}} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\ln\left(e^{-\frac{|z|}{H_1}+\frac{|z|}{H_2}}\right) = \ln\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \Rightarrow z = \ln\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\left(\frac{H_1 H_2}{H_1 - H_2}\right)$$

Soruda verilenler:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{8}{100}, \quad H_1 = 275 \text{ pc}, \quad H_2 = 850 \text{ pc}$$

Dolayısıyla:

$$z = 1026.8 \simeq 1027 \text{ pc}$$

(B)
$z = 1027$ pc uzaklıktaki yoğunluk:

$$\rho_1(z) = \rho_1(1027) = n_1 e^{-\frac{|z|}{H_1}} = 100\, e^{-\frac{1027}{275}} = 2.39$$

(C)
Güneş'in galaksi merkezi etrafındaki dönüşünün Newton Kanunlarına uygun olduğu düşünülürse, kütleçekim kuvveti ile merkez etrafındaki dönüşün yarattığı merkezcil kuvvet birbirlerine eşitlenerek soru çözülebilir:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow M = \frac{rv^2}{G}$$

Bu ifade r yarıçapında v hızıyla dönen cismin etkisi altında olduğu kütleyi verir. Samanyolu'nun kütlesinin önemli bölümünün Güneş'in bulunduğu yarıçaptan içeride toplandığını varsayarak galaksimizin kütlesi (en azından alt limiti) belirlenmiş olur. Uygun birimler kullanılırsa:

$$M = 1.906 \times 10^{41} \text{ kg} = 9.6 \times 10^{10} \text{ M}_{\text{gunes}}$$

(D)
Önce Cepheid zonklayan değişenleri için verilen periyot-parlaklık bağıntısı kullanılarak yıldızın mutlak parlaklığı (M) elde edilir. Periyot-parlaklık bağıntısında periyodun gün cinsinden değerinin kullanılacağının bilinmesi gerekmektedir.

$$M = -2.43 \times \log_{10}(P) - 4.05 \quad \Rightarrow \quad M = -7.97$$

Yıldızın görünen parlaklığı (m) verildiğinden, bulunan mutlak parlaklık (M) ile birlikte Pogson bağıntısı kullanılırsa, Cepheid'in (dolayısıyla içinde bulunduğu NGC 3627 galaksisinin) uzaklığı bulunabilir:

$$m - M = 5\log(d) - 5 \quad \Rightarrow \quad d = 9.86 \times 10^6 \text{ pc}$$

Galaksinin uzaklığı bulunduğundan ve galaksinin toplam görünen parlaklığı verildiğinden, yine Pogson bağıntısı kullanılarak galaksinin mutlak parlaklığı (M_{gal}) elde edilir.

$$8.92 - M = 5\log(9.86 \times 10^6) - 5 \quad \Rightarrow \quad M_{\text{gal}} = -21.05$$

Galaksinin mutlak parlaklığı TLR bağıntısında yerine konursa:

$$V_{\text{max}} = 213.5 \text{ km/s}$$

(E)

Schwarzschild yarıçapı: $R_S = \dfrac{2GM}{c^2}$. Samanyolu Galaksisinin merkezindeki süper kütleli karadeliğin kütlesi (M) R_S kullanılarak bulunabilir.

Değerler uygun birimlerde yerine konursa karadeliğin kütlesi şöyle hesaplanır:

$$M = 8.096 \times 10^{36} \text{ kg } = 4.07 \times 10^{6} \text{ M}_{\text{gunes}}$$

S2 yıldızının karadelik çevresinde Kepler 3. Kanununa uygun bir yörüngede dolandığı varsayımıyla yörünge yarı-büyük eksen uzunluğu (a) elde edilebilir:

$$M(\text{M}_{\text{gunes}}) = a^3(\text{AB})/P^2(\text{yil}) \quad \Rightarrow \quad a = 1013.78 \text{ AB} \quad \rightarrow \quad a/R_S \sim 12672$$

Soru 2.	A1-X01

Uzak bir gezegenin etrafında 100 000 km yarıçaplı dairesel bir yörüngede dolanan bir uzay aracını Yer'den gözlediğinizi ve uzay aracının yörünge düzlemiyle aynı doğrultudan baktığınızı varsayın. Uzay aracından gönderilen radyo sinyalinin dalgaboyunun periyodik olarak 2.99964 m ile 3.00036 m arasında değiştiğini gözlediniz.

A) (**2 puan**) Uzay aracının radyo vericisinin normal çalıştığını varsayarak bu yayının sabit dalgaboyunu bulunuz.

B) (**5 puan**) Uzay aracının size göre yörünge süratini bulunuz.

C) (**3 puan**) Uzay aracının yörünge periyodunu bulunuz.

D) (**5 puan**) Bu uzak gezegenin kütlesini bulunuz.

E) (**2 puan**) Bu gezegenin yıldızı enerjisini en şiddetli 579.6 nm dalgaboyunda yayıyor ise yıldızın yüzey sıcaklığını bulunuz.

F) (**3 puan**) $R_\star/R_{\text{güneş}} = 0.7$ ise yıldızın toplam ışınım gücünü $L_{\text{güneş}}$ cinsinden hesaplayınız.

(A)
Uzay aracı dairesel yörüngede dolandığından radyo sinyalinin gerçek dalgaboyu değişkenlik gösteren verilerin ortasında olmalıdır. Buna göre $\lambda = (2.99964 + 3.00036)/2 = 3.00000$ m.

(B)
Doppler formülünden: 3.00036 m/3.00000 m $= 1 + (v/300000$ km/s$) \rightarrow v = 36$ km/s.

(C)
Uzay aracı bu süratte bir tur dolandığında periyodunu bulmak için:
$T = 2\pi r/v = 2\pi(100000 \text{ km})/(36 \text{ km/s}) \simeq 17450$ s.

(D)
1 yıl $= 3.15 \times 10^7$ s $\rightarrow T = 0.000553$ yıl.
Yörünge yarıçapı: 100000 km / 150000000 km = 0.000667 AB
Kepler'in 3. Kanunundan: $p^2 = a^3/M \rightarrow (0.000553)^2 = (0.000667)^3/M$
$M = 0.000970\ \text{M}_{Gunes} = 323\ \text{M}_{Yer} = 1.94 \times 10^{27}$ kg $\sim 1\ \text{M}_{\text{Jupiter}}$

(E)
Wien Kanunundan: $\lambda_{\max}T = 0.002898 \rightarrow T = 0.002898/5.796 \times 10^{-7}$ m $= 5000^{\circ}$K

(F)
Stefan-Boltzmann Kanunundan:

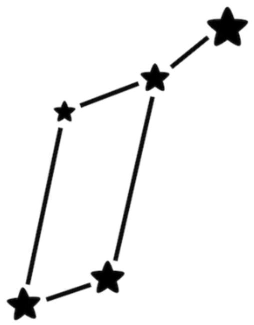
$$\frac{L_\star}{L_{\text{Gunes}}} = \frac{R_\star^2 T_\star^4}{R_{\text{Gunes}}^2 T_{\text{Gunes}}^4} = \left(\frac{R_\star}{R_{\text{Gunes}}}\right)^2 \left(\frac{T_\star}{T_{\text{Gunes}}}\right)^4$$

$L_\star/L_{\text{Gunes}} = (0.7^2)(5000/5800)^4 = (0.49)(0.552) = 0.271 \rightarrow L_\star = 0.422\ L_{\text{Gunes}}$

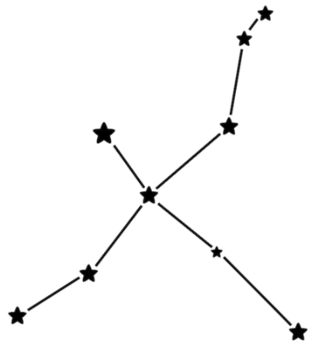
Soru 3.	B4-N01

Takımyıldızlar, insanların yıllar önce gece gökyüzünde gördükleri parlak yıldızları gruplayarak oluşturduğu ve çoğunlukla mitolojik hikayelerden esinlenerek isimlendirdiği yıldız gruplarıdır. Gözlemcinin konumuna ve gözlem zamanına göre gökyüzünde görülebilen takımyıldızlar farklılık gösterirler.

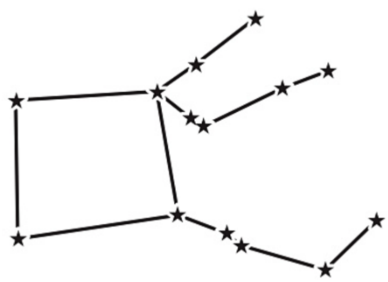
A) (**6 puan**) Aşağıda verilen yıldız sembollerinin oluşturduğu takımyıldızların adlarını altlarında verilen kısaltmayla birlikte yazınız.

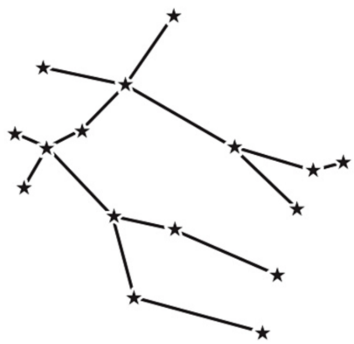

TY-1


TY-2


TY-3


TY-4


TY-5


TY-6

B) (**4 puan**) Yaz Üçgeni Asterizmini oluşturan takımyıldızların isimlerini yazınız.

Takımyıldızlar için İngilizce ya da Latince, biliyorsanız Türkçesini kullanabilirsiniz. Takımyıldız adları yerine uluslararası kısaltmalarını verebilirsiniz.

***

Bir teleskobun odak oranı, teleskop aynasının odak uzunluğunun teleskobun ayna çapına oranı olarak verilir ve "f/odak-oranı" biçiminde gösterilir. Teleskobun büyütme gücü ise teleskobun odak uzunluğunun teleskopta kullanılan göz merceğinin odak uzunluğuna oranı olarak tanımlanır.

C) (**5 puan**) f/10 odak oranlı bir teleskopta 25 mm'lik göz merceği kullanılarak 960 kat büyütme elde ediliyorsa bu teleskobun ayna çapını hesaplayınız.

D) (**5 puan**) Bu teleskop 550 nm dalgaboyunda gözlem yapacak biçimde, 559 km yükseklikte bir Yer yörüngesine yerleştirilirse Yer yüzeyindeki iki cismi ayrı ayrı görebilmesi için bu cisimlerin arası en az kaç santimetre olmalıdır?

(A)
1) Lyra/Lyr (Çalgı),
2) Cassiopeia/Cas (Kraliçe),
3) Cygnus/Cyg (Kuğu),
4) Cepheus/Cep (Kral),
5) Pegasus/Peg (Kanatlı At),
6) Gemini/Gem (İkizler)

(B)
Lyra/Lyr (Çalgı), Aquila/Aql (Kartal), Cygnus/Cyg (Kuğu)

(C)

$$\begin{aligned}
\text{Buyutme gucu} &= \frac{\text{odak uzunlugu}(f)}{\text{goz mercegi odak uzunlugu}(f_m)} \\
\text{f/odak orani} &= \frac{\text{odak uzunlugu}(f)}{\text{teleskop ayna capi}(D)} \\
960 &= \frac{f}{25\ \text{mm}} \quad \Rightarrow \quad f = 24000\ \text{mm} \\
\text{f/10} &= 10 \Rightarrow \frac{24000\ \text{mm}}{D} \quad \rightarrow \quad D = 2400\ \text{mm} = 240\ \text{cm}
\end{aligned}$$

(D)

$$\begin{aligned}
\text{(Teleskobun ayırma gucu)}\ \theta &= 1.22\frac{\lambda}{D} \quad \lambda : \text{dalgaboyu} \\
\theta &= 1.22 \times \frac{550 \times 10^{-9}\ \text{m}}{2.4\ \text{m}} = 2.8 \times 10^{-7}\ \text{rad} \\
\theta &= \frac{x}{L} \quad x : \text{yerdeki uzunluk}, \quad L : \text{yukseklik} \\
2.8 \times 10^{-7}\ \text{rad} &= \frac{x}{559 \times 10^{5}\ \text{cm}} \quad \Rightarrow \quad x = 15.6\ \text{cm}
\end{aligned}$$

İki nesneyi ayırabilmek için aralarındaki uzaklık en az 15.6 cm olmalıdır.

Soru 4.	A4-I01

Güneş, merkezindeki nükleer tepkimelerle enerjisini üretmektedir. Bu tepkimeler aşağıdaki denklemlerle kısaca tanımlanabilir:

$$\begin{aligned} {}^{1}\mathrm{H} + {}^{1}\mathrm{H} &\rightarrow {}^{2}\mathrm{H} + e^{+} + \nu \\ {}^{2}\mathrm{H} + {}^{1}\mathrm{H} &\rightarrow {}^{3}\mathrm{He} + \gamma \\ {}^{3}\mathrm{He} + {}^{3}\mathrm{He} &\rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{H} + {}^{1}\mathrm{H} \end{aligned}$$

Burada üst simgeler çekirdekteki toplam proton ve nötron sayısını, e^{+} pozitronu, ν nötrinoyu ve γ yayılan gama ışınlarını göstermektedir. Denklemden de görüleceği gibi üçüncü adımın başlaması için iki ^{3}He çekirdeği gerekmektedir. Bunun için ilk iki adım iki kez olmalıdır. ^{1}H ve ^{4}He çekirdeklerinin kütleleri sırasıyla şöyle verilmiştir: 1.6726×10^{-27} kg ve 6.6447×10^{-27} kg.

A) (**5 puan**) Tepkime başına enerjiye dönüşen kütle miktarını hesaplayınız.

B) (**5 puan**) Güneşin ışınım gücü bilindiğine göre bu enerjiyi üretebilmesi için saniyede kaç tepkime dizisi gerektiğini açıklayarak hesaplayınız.

C) (**5 puan**) Güneş merkezindeki nükleer tepkimelerle üretilen enerjinin Güneş yüzeyine iletimi nasıl gerçekleşmektedir?

D) (**5 puan**) Güneş atmosferindeki tabakaları, sıcaklık değişimlerini de belirterek açıklayınız.

(A)
Füzyon tepkimesinde 4 hidrojen çekirdeği harcanarak 1 helyum çekirdeği oluşuyor. Dolayısıyla, 4 hidrojen çekirdeğinin toplam kütlesi ile 1 helyum çekirdeğinin kütlesi arasındaki fark tepkimede enerjiye dönüşen kütle miktarını verir.

$$4 \times 1.673 \times 10^{-27} - 1 \times 6.643 \times 10^{-27} = 0.0458 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

(B)

$$E = mc^2 \Rightarrow m = 4.3 \times 10^{9} \text{ kg}$$

Saniyede gerçekleşen reaksiyon sayısı ise:

$$\frac{4.3 \times 10^{9}}{0.0458 \times 10^{-27}} \sim 10^{38} \text{ adet tepkime}$$

(C)
Güneş çekirdeğinde üretilen enerji dışarı yüzeye doğru iki yöntemle iletilir: radyasyon ve konveksiyon.

Radyasyon, Güneşte olduğu gibi diğer yıldızlar içerisindeki temel enerji iletimidir. Güneş'in radyasyon bölgesindeki madde, atomların var olamayacağı kadar çok sıcaktır ve bu yüzden çekirdekten gelen ışınım serbest elektronlarla ve atom çekirdekleriyle çarpışarak saçılır. Bu bölgede, ışınım tipik 1 cm'lik mesafede soğrulur tekrar yayınlanır ve bu şekilde devam eder.

Konveksiyon, sadece sıcaklık farkı basınç farkından büyük olduğu zaman önemlidir. Güneşte bu koşul sadece yüzeyden yaklaşık 200 000 km kadar içeride sağlanır. Konveksiyon bölgesindeki madde bazı atomlar (karbon, nitrojen, oksijen, kalsiyum ve demir gibi) var olacak kadar soğuktur. Bu bölgede, sıcak gaz yükseldiği ve soğuk gaz alçaldığı için konveksiyon sürekli güneş malzemesini karıştırmaktadır. Dolayısıyla enerjinin iletimi bu şekilde gerçekleşir.

(D)
Güneş atmosferi; fotosfer, kromosfer, geçiş bölgesi ve korona gibi farklı tabakalara ayrılarak araştırılır. Bu atmosfer tabakalarındaki sıcaklık, yoğunluk, basınç gibi fiziksel parametreler, kimyasal kompozisyon ve tabakalarda gözlenen yapıları veya olayları oluşturan süreçler farklılık göstermektedir. Bu yüzden, atmosferi bütün halde modelleyip açıklamak zor olduğu için farklı tabakalara ayrılıp incelenmektedir.

Sıcaklık değişimi fotosferde 6000 K'den 4000 K'ne kadar düşerken kromosferde 4000'den 50 000 K'ne, geçiş bölgesinde milyon dereceye kadar çok hızlı artar ve korona da ise 1-5 milyon derece arasında değişmektedir.

Soru 5. A3B1-L01

Delta Scuti türü bir değişen yıldız olan α Lyr (Vega)'nın veri tabanlarında paralaksı 130 mas (mili yaysaniye) ve öz hareketi 240 mas olarak verilmektedir. Buna göre,

A) (**5 puan**) Vega'nın teğetsel hızını hesaplayınız.

B) (**5 puan**) Vega'nın hesaplanan ortalama dikine hızı -20.6 km s^{-1} olduğuna göre yıldızın uzay hızını hesaplayınız.

C) (**5 puan**) Hidrojen-alpha (Balmer) soğurma çizgisinin laboratuvar dalgaboyu 6563 Å ise Vega'nın tayfında bu çizgi Angström biriminde hangi dalgaboyunda gözlenir?

D) (**5 puan**) Yıldızın parlaklık değişim türünden dolayı ölçülen dikine hızlarında nasıl bir değişim beklendiğini model çizerek açıklayınız.

$$\begin{aligned}
\text{(paralaks) } \pi_{\text{Vega}} &= 130 \text{ mas } = 0.13 \text{ yay saniyesi} \\
\text{(öz hareket) } \mu_{\text{Vega}} &= 240 \text{ mas/yil } = 0.24 \text{ yay saniyesi/yil} \\
\text{(dikine hız) } V_{\text{r}} &= -20.6 \text{ km/s}
\end{aligned}$$

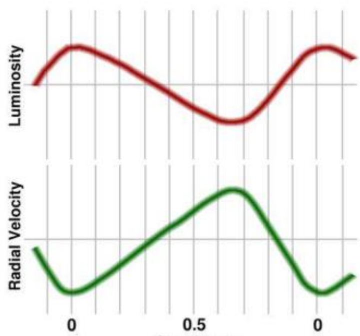
(A)
Teğetsel hız denklemi: V_t (km/s) $= 4.74\, d\mu$.
d (parsek) yıldızın uzaklığı ve μ (yay saniyesi/yıl) yıldızın öz hareketidir.
$d = 1/\pi = 7.69$ parsek olarak hesaplanır.
Bilinenleri teğetsel hız formülünde yerine koyup işlemi yapalım:
$V_t = 4.74 \times 7.69 \times 0.24 = 8.75$ km/s.

(B)
Uzay hızı (V) denklemi: $V^2 = V_t^2 + V_r^2$.
$V^2 = (8.75)^2 + (-20.6)^2 = 500.92 \Rightarrow V = 22.38$ km/s

(C)
Doppler kayması denklemi: $\dfrac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \dfrac{V_r}{c}$

$\lambda_0 = 6563$ Å, $\quad V_r = -20.6$ (km/s) $\Rightarrow \lambda = 6562.55$ Å.
Dikine hız değeri negatif olduğundan yıldız bize doğru yaklaşmakta dolayısıyla da ışığı maviye kayarak kısalmaktadır.

(D)
Yıldızın parlaklık değişim türü **zonklayan yıldız** olduğundan ölçülen dikine hızlarında beklenen değişim, yıldızın sadece genel özellikleri bilinerek kabaca değerlendirilebilir. Zonklayan yıldızlarda dönemli olarak **yarıçap** ve buna bağlı olarak da **parlaklık değişimi** beklenir. Yarıçap değişimi: Yıldız katmanlarının bize doğru yaklaşıp uzaklaşmasına bağlı tayf çizgilerinde mavi (yarıçap artışı) ve kırmızıya (yarıçap azalması) kaymalar beklenir. Yanda yıldızın ışınım gücü (luminosity) ile dikine hızı (radial velocity) arasındaki ilişki gösterilmiştir.



Soru 6.	A5-J02

"Yer – İç Gezegen – Güneş" dizilimine **iç kavuşum**, "Dış Gezegen – Yer – Güneş" dizilimine **karşı konum**, "Yer – Güneş – Gezegen" dizilimine ise **dış kavuşum** adı verilir. **Kavuşum dönemi** (sinodik dönem), bu üç konfigürasyondan herhangi birinin ardarda iki kez gerçekleştiği zaman aralığına denir. **Yörünge dönemi** ise sabit bir arka plan yıldızına göre bir gezegenin yörüngesi üzerinde bir tam turunu atarak yörüngenin aynı noktasına ardışık iki gelişi arasındaki süreye verilen isimdir.

A) (**5 puan**) Bu üç yörünge konfigürasyonunu, Güneş merkezli ve çembersel olarak kabul edeceğiniz bir iç, bir dış gezegen ve Yer yörüngelerini tek bir şekil üzerine çizerek gösteriniz.

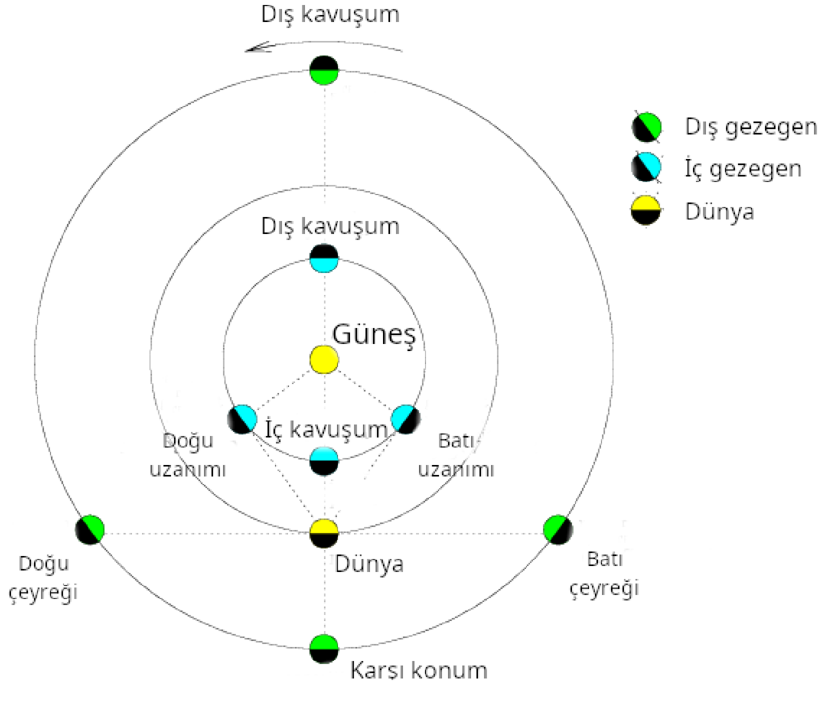
B) (**4 puan**) Bir iç gezegen için ardarda iki **iç kavuşum** arasındaki süreyi S, iç gezegenin yörünge dönemini P, Yer'in yörünge dönemini (1 yıl) E ile göstererek bu üç parametre arasındaki ilişkiyi türetiniz.

C) (**4 puan**) Bir dış gezegen için ardarda iki **karşı konum** arasındaki süreyi S, dış gezegenin yörünge dönemini P, Yer'in yörünge dönemini (1 yıl) E ile göstererek bu üç parametre arasındaki ilişkiyi türetiniz.

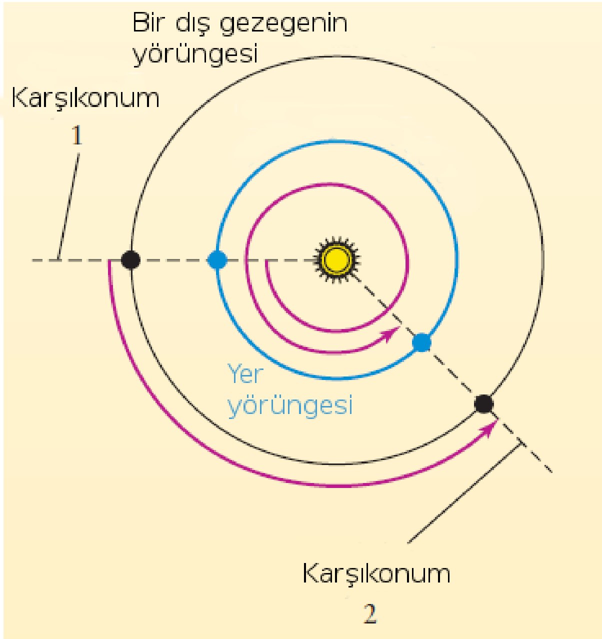
D) (**2 puan**) Bir dış gezegeni gözlemek için en uygun zaman ise karşı konumdur. Nedenini açıklayınız.

E) (**5 puan**) Tycho Brahe'nin ardışık konum gözlemlerini kullanan Johannes Kepler, Mars'ın kavuşum dönemini $S = 780$ gün olarak belirlemiştir. C'de bir dış gezegen için türettiğiniz ifadeyi kullanarak Mars'ın bir yörünge dönemini (1 Mars yılı) hesaplayınız.

(A)
İlgili yörünge konfigürasyonları aşağıdaki gibi ifade edilebilir:



(B)
Yer daha iç bir yörüngede dolandığından, bir dış gezegen, iki karşı konum arasında geçen S günde, Yer'e bir tur bindirir (360°den fazla açısal yol gider); bkz. yandaki şekil.



Yer bu açıyı tararken günde $\frac{360}{E}$ açısal yol katederken dış gezegen $\frac{360}{P}$ yol kateder. Bu durumda dış gezegen S günde (bir sinodik dönem) $\frac{360}{P} \times S$, Yer $\frac{360}{E} \times S$ kadar açısal yol kateder. Ancak Yer bir tur bindirdiğinden aldığı açısal yol 360° daha fazladır:

$$\frac{360}{P} \times S + 360 = \frac{360}{E} \times S \quad (\div 360 \times S)$$

$$\frac{1}{P} + \frac{1}{S} = \frac{1}{E} \rightarrow \frac{1}{P} = \frac{1}{E} - \frac{1}{S}$$

(C)
Bu problemin çözümü de aynı şekilde düşünülebilir. Ancak bu kez iç kavuşum dönemi kadar sürede iç gezegen Yer'e tur bindireceğinden katettiği açısal yol Yer'inkinden 360° daha fazla olacaktır:

$$\frac{360}{P} \times S = \frac{360}{E} \times S + 360 \quad (\div 360 \times S)$$

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{E} + \frac{1}{S}$$

(D)
Bir karşı konum sırasında "Güneş – Yer – Dış gezegen" dizilimi gerçekleştiği için (bkz. yukarıdaki şekiller), Güneş ve dış gezegen, Yer'e göre ters yöndedirler. Bu nedenle Güneş batarken gezegen doğu ufkundan yükselir, gezegen ancak batı ufkunun altına inerken Güneş doğar. Böylece gezegen gece boyunca gözlenir (1 puan).

Ayrıca gezegen Yer'e yakındır (en yakın konumunda olmak zorunda değildir) ve daha parlak da görünür (1 puan).

(E)

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{E} - \frac{1}{S} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{P} = \frac{1}{365.25} - \frac{1}{780} \quad \rightarrow \quad P = 686.9 \text{ gun}$$

Mars'ın yörünge dönemi tüm basitleştirme ve yuvarlamalara karşın gerçek değerine (687.98 gün) çok büyük yaklaşıklıkla bulunur.

Soru 7.	B5-C02

(**20 puan**) Yakın evrendeki bir galaksi kümesine ait 15 üye galaksinin kırmızıya kaymaları ölçülmüştür (bkz. Tablo). Bu ölçümlerden yararlanarak kümenin hız dispersiyonunu (σ_V) ve kümenin kütlesini (M_{GK}) bulunuz.

İpucu: Kümeyi 1.5 Mpc'lik yarıçap içinde dinamik dengede varsayabilirsiniz. Kümenin hız dispersiyonu için galaksilerin hızlarının bir standart sapmalık değeri kullanılırsa kümenin kütlesi Virial teoreminin uygulanmasıyla bulunabilir.

$$M_{\mathrm{GK}} = \frac{3R_{\mathrm{GK}}\sigma_V^2}{G}$$

Galaksi No	Kırmızıya Kayma	Dikine Hız (km/s)
1	0.07667	
2	0.07833	
3	0.08292	
4	0.08458	
5	0.07875	
6	0.08417	
7	0.07958	
8	0.08375	
9	0.07792	
10	0.08125	
11	0.07750	
12	0.07625	
13	0.07542	
14	0.08208	
15	0.08083	

Galaksilerin kırmızıya kaymaları oldukça küçük olduğundan $V = c \times z$ bağıntısı kullanılarak kırmızıya kaymalar dikine hızlara dönüştürülür.

15 galaksinin dikine hız ortalaması $V_{\mathrm{ort}} = 24000$ km/s olarak bulunur.

Standart sapma hesabı için verilen denklem kullanılmalı: Galaksilerin ortalamadan farklarının karelerinin toplamının $n - 1 = 14$'e bölümünün karekökü:
$\sigma = 909.82$ km/s

Elde edilen standart sapma (σ) değeri, kümenin 1.5 Mpc'lik yarıçapı ile birlikte verilen bağıntıda (uygun birimlerde) yerine konarak galaksi kümesinin kütlesi bulunabilir:

$$M_{\mathrm{GK}} = \frac{3 \ \times \ R_{GK} \ \times \ \sigma_V^2}{G}$$

$$M_{\mathrm{GK}} = 1.726 \times 10^{45} \text{ kg } = 8.67 \times 10^{14} \text{ M}_{\text{gunes}}$$

Soru 8.	A2-B01

Mars'ın uydusu Phobos'un, Mars yüzeyinden 5985 km yükseklikte dairesel bir yörüngesinde dolandığını kabul edersek:

A) (**5 puan**) Phobos-Mars sisteminin kütleçekim potansiyel enerjisini hesaplayınız.

B) (**5 puan**) Phobos'un yörüngedeki çizgisel hızının büyüklüğünü hesaplayınız.

C) (**5 puan**) Phobos'un Mars çevresindeki yörünge periyodunu hesaplayınız.

D) (**5 puan**) Phobos-Mars sistemi için Virial teoreminin geçerli olduğunu gösteriniz.

$$\begin{aligned} M_{\text{Phobos}} &= 1.07 \times 10^{19} \text{ g} \\ M_{\text{Mars}} &= 6.39 \times 10^{26} \text{ g} \\ R_{\text{Mars}} &= 3390 \text{ km} \end{aligned}$$

(A)

$$\begin{aligned} U = -\frac{GMm}{r} &= -\frac{GM_{\text{mars}}M_{\text{phobos}}}{R_{\text{mars}} + r} \\ &= -\frac{(6.67 \times 10^{-8})(6.39 \times 10^{26})(1.07 \times 10^{19})}{(3390 + 5985) \times 10^5} \simeq -4.86 \times 10^{29} \text{ erg} \end{aligned}$$

(B)

$$\begin{aligned} \frac{M_{\text{phobos}} v_{phobos}^2}{(R_{\text{phobos}} + r)} &= \frac{GM_{\text{mars}}M_{\text{phobos}}}{(R_{\text{mars}} + r)^2} \\ \rightarrow v_{\text{phobos}} &= \sqrt{\frac{GM_{\text{mars}}}{(R_{\text{mars}} + r)}} = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-8})(6.39 \times 10^{26})}{(3390 + 5985) \times 10^5}} \simeq 2.13 \times 10^5 \text{ cm/s} \end{aligned}$$

(C)

$$T = \frac{2\pi(R_{\text{mars}} + r)}{v_{\text{phobos}}} = \frac{2\pi(3390 + 5985) \times 10^5}{2.13 \times 10^5} \simeq 2.77 \times 10^4 \text{ s} = 0.320 \text{ gun}$$

(D)

$$\begin{aligned} K &\simeq K_{\text{phobos}} = \frac{1}{2} M_{\text{phobos}} v_{\text{phobos}}^2 = \frac{1}{2}(1.07 \times 10^{19})(2.13 \times 10^5)^2 \simeq 2.43 \times 10^{29} \text{ erg} \\ -\frac{1}{2}U &= -\frac{1}{2}(-4.86 \times 10^{29} \text{ erg}) = 2.43 \times 10^{29} \text{ erg} \\ \Rightarrow \quad K &= \frac{1}{2}U \end{aligned}$$