

1. a ve n pozitif tam sayılar ve p asal sayı olmak üzere

$$2a^2 + 3a - 44 = 3p^n$$

denklemini sağlayan tüm (a, n, p) üçlülerini bulunuz.

2. x, y, z pozitif gerçel sayıları $xy + yz + zx = x^5 + y^5 + z^5$ eşitliğini sağlıyorsa

$$x^2y + y^2z + z^2x \leq 3$$

olduğunu gösteriniz.

3. ABC üçgeninin iç teğet çemberinin BC, CA ve AB kenarlarına değdiği noktalar sırasıyla D, E ve F olsun. A köşesine ait iç açıortayın DE ve DF yi kestiği noktalar P ve Q olsun. DPQ üçgeninin çevrel çember merkezinin $[BC]$ nin orta noktası olduğunu gösteriniz.

4. Her biri renkli toplar içeren 27 karton kutu ve 27 plastik kutu bulunuyor. Aynı türden herhangi iki kutuda aynı renkte top bulunmuyor fakat farklı türden herhangi iki kutuda aynı renkte top bulunuyor. Her adımda, farklı türden kutularda bulunan aynı renkte iki top seçip bunları istediğimiz bir renge boyuyoruz. Başlangıç durumu nasıl olursa olsun, en fazla n adım sonucunda her kutunun aynı renkte en az iki top içermesini sağlayabiliyorsak, n en az kaç olabilir?