



Kitapçık Kodu : MAT

**TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI**

**30. ULUSAL BİLİM OLİMPİYATLARI - 2022
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI
MATEMATİK**

Soru kitapçığı türü

A

21 Mayıs 2022 Cumartesi, 09.30-12.30

ADAYIN ADI SOYADI :
T.C. KİMLİK NO :
OKULU / SINIFI :
SINAVA GİRDİĞİ İL :

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürcektir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi ya da karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayımlandıktan sonra 7 işgünü içerisinde, kanıtları ile birlikte, TÜBİTAK'a başvurması gerekir. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- TÜBİTAK Bilim Olimpiyatı -Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve Atatürk Üniversitesi sorumlu tutulamaz. Atatürk Üniversitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyarmak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

Başarılar Dileriz

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

1. Bir $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ düzgün yedigeninde $[A_2A_6]$ doğru parçası üzerinde $|A_6B| + |A_6A_7| = |A_4A_7|$ olacak biçimde bir B noktası alınıyor. $m(\widehat{BA_7A_6})$ kaç derecedir?

a) 90° b) $\frac{540^\circ}{7}$ c) 75° d) 60° e) $\frac{360^\circ}{7}$

2. Tüm pozitif tam sayı bölenlerinin çarpımı kendisinin küpü olan kaç iki basamaklı pozitif tam sayı vardır?

a) 4 b) 8 c) 12 d) 16 e) 20

3. Her a gerçel sayısı için $\lfloor a \rfloor$ ile a sayısından büyük olmayan en büyük tam sayı gösteriliyor. x bir pozitif gerçel sayı olmak üzere, $\lfloor 2x \rfloor + \lfloor 3x \rfloor + \lfloor 5x \rfloor$ sayısının birler basamağı kaç farklı değer alabilir?

a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

4. n adet özdeş top, 30 kız ve 77 erkek öğrenciye dağıtılacaktır. Bu dağıtım, her öğrenci en az bir adet, herhangi iki kız öğrenci eşit sayıda ve herhangi iki erkek öğrenci eşit sayıda top alacak biçimde tek bir şekilde yapılabilirse, n en fazla kaç olabilir?

a) 321 b) 963 c) 2695 d) 4620 e) 6930

5. Bir ABC üçgeninde $[BC]$ kenarına ait kenarortay ile B açısının iç açıortayı D noktasında dik kesişmektedir. CD doğrusunun $[AB]$ kenarını kestiği nokta E ise, $\frac{|BC|}{|AE|}$ nedir?
- a) 4 b) 6 c) 8 d) 9 e) Hiçbiri
6. $a_1 = 12$ ve her $n = 1, 2, \dots, 2021$ için $a_{n+1} = 12^{a_n}$ koşulunu sağlayan bir (a_n) tam sayı dizisi tanımlanıyor. a_{2022} sayısının 67 ile bölümünden kalan kaçtır?
- a) 1 b) 4 c) 9 d) 16 e) 25
7. $1 \leq a, b \leq 2022$ ve $\sqrt{a - \sqrt{a + b}} = b$ koşullarını sağlayan kaç (a, b) tam sayı ikilisi vardır?
- a) 1 b) 2 c) 21 d) 36 e) Hiçbiri
8. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ olmak üzere, her biri çift sayıda eleman içerecek ve herhangi iki tanesinin kesişiminde çift sayıda eleman bulunacak şekilde S nin en fazla kaç farklı alt kümesi seçilebilir? (Boş kümede çift sayıda eleman olduğu kabul ediliyor.)
- a) 16 b) 14 c) 12 d) 10 e) 8

9. $|AB| = 1, |BC| = 2$ ve $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$ koşullarını sağlayan bir ABC üçgeninde D noktası, B noktasının AC doğrusuna göre simetriği olsun. $[AB]$ ve $[BC]$ kenarlarına teğet olan ve D noktasından geçen çemberin yarıçapı kaçtır?

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{4}{5}$

10. Kaç $n < 2023$ pozitif tam sayısı için $\frac{n^6 + n^4 - n^2 - 1}{2022}$ ifadesi bir tam sayıdır?

- a) 8 b) 6 c) 5 d) 3 e) 2

11. $a_1 < a_2 < \dots < a_{2022}$ pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\frac{1}{a_1} + \frac{2}{a_2} + \dots + \frac{2022}{a_{2022}}$$

şeklinde yazılabilen kaç pozitif tam sayı vardır?

- a) 100 b) 501 c) 812 d) 1011 e) 2022

12. 21 öğrenciden oluşan bir sınıfta bazı öğrenciler arkadaşdır (arkadaşlık karşılıklıdır). Bu sınıfta arkadaş sayıları eşit olan iki arkadaş bulunmuyorsa, bu sınıftaki arkadaş ikililerinin sayısı en fazla kaç olabilir?

- a) 175 b) 177 c) 179 d) 181 e) 183

13. Dışbükey bir $ABCD$ dörtgeninde köşegenler E noktasında kesişmektedir. $|AD| = 6$, $|AE| = 3\sqrt{2}$, $|ED| = 3$, $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{BAC})$ ve $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{ADB})$ ise, $|BC|$ nedir?

a) $2\sqrt{6}$ b) 5 c) $3\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{7}$ e) Hiçbiri

14. $p > 3$ bir asal sayı olmak üzere, $4p + 91$ ve $12p + 7$ sayıları da asal sayılar ise, aşağıdakilerden hangisi bir asal sayı olabilir?

a) $p^2 + 6$ b) $p^2 - 4$ c) $8p + 1$ d) $2p + 11$ e) $p + 2$

15. $x, y, z \geq -2$ olmak üzere,

$$x^3 + 2 = 5y + z$$

$$y^3 + 2 = 2z + 7x$$

$$z^3 + 2 = -2y - 4x$$

denklem sistemini sağlayan kaç (x, y, z) gerçel sayı üçlüsü vardır?

a) 0 b) 1 c) 2 d) Sonsuz çoklukta e) Hiçbiri

16. Rakamları toplamı 9 olan pozitif tam sayılar küçükten büyüğe doğru sıralandığında baştan 2022. sayının birler basamağı kaçtır?

a) 1 b) 2 c) 6 d) 7 e) Hiçbiri

17. Bir ABC üçgeninin $[AC]$ ve $[BC]$ kenarlarına sırasıyla D ve E noktalarında teğet olan bir çember $[AB]$ kenarını F ve G noktalarında kesmektedir. F noktası A ile G arasında, $|AB| = 81$, $|BC| = 72$, $|AC| = 63$ ve $|CD| = 45$ ise, $|GB| - |AF|$ farkı nedir?

a) 8 b) 7 c) 6 d) 5 e) 4

18. Ondalık yazılımı $9ABA9$ formunda olan ve 63 ile tam bölünen kaç farklı beş basamaklı pozitif tam sayı vardır?

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

19. n bir pozitif tam sayı olmak üzere, $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 87$ ve $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = 51$ eşitliklerini sağlayan $x_1, x_2, \dots, x_n$ gerçel sayıları bulunuyorsa, n en az kaç olabilir?

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

20. Başlangıçta koordinat düzleminde $(1, 1)$ noktası kırmızıya boyalıdır. Her adımda kırmızıya boyalı bir (x, y) noktası için hem $(x + 2, y + 1)$ noktası hem de $(2x + y, 2x)$ noktası kırmızıya boyanıyor. Buna göre $(100, 60)$, $(70, 70)$, $(150, 100)$ ve $(120, 200)$ noktalarından kaç tanesi sonlu adım sonunda kırmızıya boyanmış olabilir?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

- 21.** Bir $ABCD$ dikdörtgeninde $[BC]$ kenarının orta noktası M olsun. $[AC]$ köşegeni üzerinde bir E noktası, $[AE]$ üzerinde ise bir F noktası alınıyor. $s(\widehat{DEC}) = s(\widehat{DFM}) = 90^\circ$, $|AF| = 4$ ve $|EC| = 18$ olduğuna göre $ABCD$ dikdörtgeninin alanı nedir?

a) 156 b) 192 c) 250 d) 312 e) 390

- 22.** p bir asal sayı olmak üzere, $p \mid a - b^2$, $p \mid b - a^2$ ve $p \nmid a - b$ olacak şekilde a ve b tam sayıları varsa, p ye *tuhaf* asal sayı diyelim. 73, 79, 83, 89, 97 asal sayılarından kaç tanesi tuhaftır?

a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1

- 23.** Her x gerçel sayısı için $(x - 27)P(3x) = (27x - 27)P(x)$ koşulunu sağlayan ve sabit olmayan $P(x)$ polinomunun gerçel kökleri toplamı nedir?

a) 30 b) 33 c) 36 d) 39 e) 42

- 24.** 5×5 bir satranç tahtasının her birim karesine bir sayı, her satırda ve her sütunda en fazla 3 farklı sayı olacak şekilde yazılmıştır. Buna göre, bu tahtanın tamamında en fazla kaç farklı sayı yer alabilir?

a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

- 25.** Bir ABC üçgeninin $[AC]$ kenarı üzerinde alınan bir D noktasından $[BC]$ kenarına inilen dikmenin ayağı E noktasıdır. $|AD| = 1$, $|DC| = 2$ ve $2|AB|^2 + |BC|^2 = 18$ ise, $|AB| - |DE|$ farkının alabileceği en küçük değer nedir?

- a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{3}$ e) 1

- 26.** $x^3 - y^3 = 9^z + 60$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y, z) tam sayı üçlüsü vardır?

- a) 12 b) 8 c) 6 d) 4 e) 2

- 27.** $x + y \neq 0$ koşulunu sağlayan x ve y gerçel sayıları için $4x(x + 2y) + \left(\frac{1 - y^2}{x + y}\right)^2$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) -8 b) -6 c) -4 d) -2 e) 0

- 28.** 11×11 satranç tahtasının birim karelerinden oluşan n tane 2×2 karenin herhangi ikisinin en fazla bir ortak birim karesi varsa, n en fazla kaç olabilir?

- a) 44 b) 46 c) 48 d) 50 e) 52

29. Bir ABC ikizkenar üçgeninde $|AB| = |AC| = 3\sqrt{2}$ ve $|BC| = 2\sqrt{2}$ dir. $[BC]$ kenarının orta noktası D ve B noktasından $[AC]$ kenarına inilen dikmenin ayağı E noktasıdır. Buna göre D den geçen ve AC doğrusuna E noktasında teğet olan çemberin yarıçapı kaçtır?

a) $\frac{5}{4}$ b) 1 c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{4}$

30. m ve n pozitif tam sayılar ve p bir asal sayı olmak üzere, $2m^2 + 3m - 44 = 3p^n$ eşitliğini sağlayan kaç (m, n, p) üçlüsü vardır?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

31. Bir $f : \mathbb{Q}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ fonksiyonu tüm x ve y pozitif rasyonel sayıları için

$$f(x) + f(y) - f(x+y) = \frac{x^2 + xy + y^2}{xy(x+y)}$$

eşitliğini sağlıyor. $f(x)$ fonksiyonunun aldığı en küçük değer 1 ise, $f(1)$ nedir?

a) 1 b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{3}{2}$ e) 2

32. Aslı ve Zehra, başlangıçta boş olan 30×30 bir satranç tahtası üzerinde sırayla hamle yaparak bir oyun oynuyorlar. Oyuna Aslı başlıyor. Aslı her hamlesinde, kırmızı bir bilye içeren bir birim kareyle ortak bir kenarı bulunmayan boş bir birim kareye bir kırmızı bilye yerleştiriyor. Zehra ise her hamlesinde, boş bir birim kareye bir beyaz bilye yerleştiriyor. Oyunculardan herhangi biri hamle yapamazsa oyun sonlandırılıyor. Aslı her zaman en az k tane kırmızı bilye yerleştirmeyi garantileyebiliyorsa, k en fazla kaç olabilir?

a) 200 b) 225 c) 250 d) 275 e) Hiçbiri

SINAV BİTTİ.
CEVAPLARINIZI KONTROL EDİNİZ.

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.



Kitapçık Kodu : MAT

**TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI**

**30. ULUSAL BİLİM OLİMPİYATLARI - 2022
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI
MATEMATİK**

Soru kitapçığı türü

B

21 Mayıs 2022 Cumartesi, 09.30-12.30

ADAYIN ADI SOYADI :
T.C. KİMLİK NO :
OKULU / SINIFI :
SINAVA GİRDİĞİ İL :

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürcektir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi ya da karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayımlandıktan sonra 7 işgünü içerisinde, kanıtları ile birlikte, TÜBİTAK'a başvurması gerekir. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- TÜBİTAK Bilim Olimpiyatı -Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve Atatürk Üniversitesi sorumlu tutulamaz. Atatürk Üniversitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyarmak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

Başarılar Dileriz

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

1. Bir ABC üçgeninde $[BC]$ kenarına ait kenarortay ile B açısının iç açıortayı D noktasında dik kesişmektedir. CD doğrusunun $[AB]$ kenarını kestiği nokta E ise, $\frac{|BC|}{|AE|}$ nedir?
- a) 4 b) 6 c) 8 d) 9 e) Hiçbiri
2. $a_1 = 12$ ve her $n = 1, 2, \dots, 2021$ için $a_{n+1} = 12^{a_n}$ koşulunu sağlayan bir (a_n) tam sayı dizisi tanımlanıyor. a_{2022} sayısının 67 ile bölümünden kalan kaçtır?
- a) 1 b) 4 c) 9 d) 16 e) 25
3. $1 \leq a, b \leq 2022$ ve $\sqrt{a - \sqrt{a + b}} = b$ koşullarını sağlayan kaç (a, b) tam sayı ikilisi vardır?
- a) 36 b) 21 c) 2 d) 1 e) Hiçbiri
4. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ olmak üzere, her biri çift sayıda eleman içerecek ve herhangi iki tanesinin kesişiminde çift sayıda eleman bulunacak şekilde S nin en fazla kaç farklı alt kümesi seçilebilir? (Boş kümede çift sayıda eleman olduğu kabul ediliyor.)
- a) 8 b) 10 c) 12 d) 14 e) 16

5. Bir $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ düzgün yedigeninde $[A_2A_6]$ doğru parçası üzerinde $|A_6B| + |A_6A_7| = |A_4A_7|$ olacak biçimde bir B noktası alınıyor. $m(\widehat{BA_7A_6})$ kaç derecedir?

- a) $\frac{360^\circ}{7}$ b) 60° c) 75° d) $\frac{540^\circ}{7}$ e) 90°

6. Tüm pozitif tam sayı bölenlerinin çarpımı kendisinin küpü olan kaç iki basamaklı pozitif tam sayı vardır?

- a) 20 b) 16 c) 12 d) 8 e) 4

7. Her a gerçel sayısı için $[a]$ ile a sayısından büyük olmayan en büyük tam sayı gösteriliyor. x bir pozitif gerçel sayı olmak üzere, $[2x] + [3x] + [5x]$ sayısının birler basamağı kaç farklı değer alabilir?

- a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

8. n adet özdeş top, 30 kız ve 77 erkek öğrenciye dağıtılacaktır. Bu dağıtım, her öğrenci en az bir adet, herhangi iki kız öğrenci eşit sayıda ve herhangi iki erkek öğrenci eşit sayıda top alacak biçimde tek bir şekilde yapılabilirse, n en fazla kaç olabilir?

- a) 321 b) 963 c) 2695 d) 4620 e) 6930

9. Dışbükey bir $ABCD$ dörtgeninde köşegenler E noktasında kesişmektedir. $|AD| = 6$, $|AE| = 3\sqrt{2}$, $|ED| = 3$, $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{BAC})$ ve $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{ADB})$ ise, $|BC|$ nedir?

a) $2\sqrt{6}$ b) 5 c) $3\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{7}$ e) Hiçbiri

10. $p > 3$ bir asal sayı olmak üzere, $4p + 91$ ve $12p + 7$ sayıları da asal sayılar ise, aşağıdakilerden hangisi bir asal sayı olabilir?

a) $p + 2$ b) $2p + 11$ c) $8p + 1$ d) $p^2 - 4$ e) $p^2 + 6$

11. $x, y, z \geq -2$ olmak üzere,

$$x^3 + 2 = 5y + z$$

$$y^3 + 2 = 2z + 7x$$

$$z^3 + 2 = -2y - 4x$$

denklem sistemini sağlayan kaç (x, y, z) gerçel sayı üçlüsü vardır?

a) 0 b) 1 c) 2 d) Sonsuz çoklukta e) Hiçbiri

12. Rakamları toplamı 9 olan pozitif tam sayılar küçükten büyüğe doğru sıralandığında baştan 2022. sayının birler basamağı kaçtır?

a) 7 b) 6 c) 2 d) 1 e) Hiçbiri

13. $|AB| = 1, |BC| = 2$ ve $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$ koşullarını sağlayan bir ABC üçgeninde D noktası, B noktasının AC doğrusuna göre simetriği olsun. $[AB]$ ve $[BC]$ kenarlarına teğet olan ve D noktasından geçen çemberin yarıçapı kaçtır?

- a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3}$

14. Kaç $n < 2023$ pozitif tam sayısı için $\frac{n^6 + n^4 - n^2 - 1}{2022}$ ifadesi bir tam sayıdır?

- a) 2 b) 3 c) 5 d) 6 e) 8

15. $a_1 < a_2 < \dots < a_{2022}$ pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\frac{1}{a_1} + \frac{2}{a_2} + \dots + \frac{2022}{a_{2022}}$$

şeklinde yazılabilen kaç pozitif tam sayı vardır?

- a) 100 b) 501 c) 812 d) 1011 e) 2022

16. 21 öğrenciden oluşan bir sınıfta bazı öğrenciler arkadaşdır (arkadaşlık karşılıklıdır). Bu sınıfta arkadaş sayıları eşit olan iki arkadaş bulunmuyorsa, bu sınıftaki arkadaş ikililerinin sayısı en fazla kaç olabilir?

- a) 175 b) 177 c) 179 d) 181 e) 183

17. Bir $ABCD$ dikdörtgeninde $[BC]$ kenarının orta noktası M olsun. $[AC]$ köşegeni üzerinde bir E noktası, $[AE]$ üzerinde ise bir F noktası alınıyor. $s(\widehat{DEC}) = s(\widehat{DFM}) = 90^\circ$, $|AF| = 4$ ve $|EC| = 18$ olduğuna göre $ABCD$ dikdörtgeninin alanı nedir?

a) 156 b) 192 c) 250 d) 312 e) 390

18. p bir asal sayı olmak üzere, $p \mid a - b^2$, $p \mid b - a^2$ ve $p \nmid a - b$ olacak şekilde a ve b tam sayıları varsa, p ye *tuhaf* asal sayı diyelim. 73, 79, 83, 89, 97 asal sayılarından kaç tanesi tuhaftır?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

19. Her x gerçel sayısı için $(x - 27)P(3x) = (27x - 27)P(x)$ koşulunu sağlayan ve sabit olmayan $P(x)$ polinomunun gerçel kökleri toplamı nedir?

a) 30 b) 33 c) 36 d) 39 e) 42

20. 5×5 bir satranç tahtasının her birim karesine bir sayı, her satırda ve her sütunda en fazla 3 farklı sayı olacak şekilde yazılmıştır. Buna göre, bu tahtanın tamamında en fazla kaç farklı sayı yer alabilir?

a) 14 b) 13 c) 12 d) 11 e) 10

- 21.** Bir ABC üçgeninin $[AC]$ ve $[BC]$ kenarlarına sırasıyla D ve E noktalarında teğet olan bir çember $[AB]$ kenarını F ve G noktalarında kesmektedir. F noktası A ile G arasında, $|AB| = 81$, $|BC| = 72$, $|AC| = 63$ ve $|CD| = 45$ ise, $|GB| - |AF|$ farkı nedir?

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

- 22.** Ondalık yazılımı $9ABA9$ formunda olan ve 63 ile tam bölünen kaç farklı beş basamaklı pozitif tam sayı vardır?

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

- 23.** n bir pozitif tam sayı olmak üzere, $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 87$ ve $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = 51$ eşitliklerini sağlayan $x_1, x_2, \dots, x_n$ gerçel sayıları bulunuyorsa, n en az kaç olabilir?

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

- 24.** Başlangıçta koordinat düzleminde $(1, 1)$ noktası kırmızıya boyalıdır. Her adımda kırmızıya boyalı bir (x, y) noktası için hem $(x + 2, y + 1)$ noktası hem de $(2x + y, 2x)$ noktası kırmızıya boyanıyor. Buna göre $(100, 60)$, $(70, 70)$, $(150, 100)$ ve $(120, 200)$ noktalarından kaç tanesi sonlu adım sonunda kırmızıya boyanmış olabilir?

a) 4 b) 3 c) 2 d) 1 e) 0

25. Bir ABC ikizkenar üçgeninde $|AB| = |AC| = 3\sqrt{2}$ ve $|BC| = 2\sqrt{2}$ dir. $[BC]$ kenarının orta noktası D ve B noktasından $[AC]$ kenarına inilen dikmenin ayağı E noktasıdır. Buna göre D den geçen ve AC doğrusuna E noktasında teğet olan çemberin yarıçapı kaçtır?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{4}$ d) 1 e) $\frac{5}{4}$

26. m ve n pozitif tam sayılar ve p bir asal sayı olmak üzere, $2m^2 + 3m - 44 = 3p^n$ eşitliğini sağlayan kaç (m, n, p) üçlüsü vardır?

a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1

27. Bir $f : \mathbb{Q}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ fonksiyonu tüm x ve y pozitif rasyonel sayıları için

$$f(x) + f(y) - f(x+y) = \frac{x^2 + xy + y^2}{xy(x+y)}$$

eşitliğini sağlıyor. $f(x)$ fonksiyonunun aldığı en küçük değer 1 ise, $f(1)$ nedir?

a) 1 b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{3}{2}$ e) 2

28. Aslı ve Zehra, başlangıçta boş olan 30×30 bir satranç tahtası üzerinde sırayla hamle yaparak bir oyun oynuyorlar. Oyuna Aslı başlıyor. Aslı her hamlesinde, kırmızı bir bilye içeren bir birim kareyle ortak bir kenarı bulunmayan boş bir birim kareye bir kırmızı bilye yerleştiriyor. Zehra ise her hamlesinde, boş bir birim kareye bir beyaz bilye yerleştiriyor. Oyunculardan herhangi biri hamle yapamazsa oyun sonlandırılıyor. Aslı her zaman en az k tane kırmızı bilye yerleştirmeyi garantileyebiliyorsa, k en fazla kaç olabilir?

a) 200 b) 225 c) 250 d) 275 e) Hiçbiri

29. Bir ABC üçgeninin $[AC]$ kenarı üzerinde alınan bir D noktasından $[BC]$ kenarına inilen dikmenin ayağı E noktasıdır. $|AD| = 1$, $|DC| = 2$ ve $2|AB|^2 + |BC|^2 = 18$ ise, $|AB| - |DE|$ farkının alabileceği en küçük değer nedir?

- a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{3}$ e) 1

30. $x^3 - y^3 = 9^z + 60$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y, z) tam sayı üçlüsü vardır?

- a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 12

31. $x + y \neq 0$ koşulunu sağlayan x ve y gerçel sayıları için $4x(x + 2y) + \left(\frac{1 - y^2}{x + y}\right)^2$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) -8 b) -6 c) -4 d) -2 e) 0

32. 11×11 satranç tahtasının birim karelerinden oluşan n tane 2×2 karenin herhangi ikisinin en fazla bir ortak birim karesi varsa, n en fazla kaç olabilir?

- a) 52 b) 50 c) 48 d) 46 e) 44

SINAV BİTTİ.
CEVAPLARINIZI KONTROL EDİNİZ.

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.

30. Ulusal Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı

Cevap Anahtarı

A

- 1 B
- 2 D
- 3 C
- 4 D
- 5 B
- 6 E
- 7 E
- 8 E
- 9 E
- 10 A
- 11 E
- 12 A
- 13 D
- 14 D
- 15 B
- 16 E
- 17 D
- 18 A
- 19 C
- 20 A
- 21 D
- 22 C
- 23 D
- 24 B
- 25 A
- 26 E
- 27 C
- 28 D
- 29 C
- 30 C
- 31 B
- 32 B

B

- 1 B
- 2 E
- 3 E
- 4 A
- 5 D
- 6 B
- 7 C
- 8 D
- 9 D
- 10 B
- 11 B
- 12 E
- 13 A
- 14 E
- 15 E
- 16 A
- 17 D
- 18 C
- 19 D
- 20 D
- 21 B
- 22 A
- 23 C
- 24 E
- 25 C
- 26 C
- 27 B
- 28 B
- 29 A
- 30 A
- 31 C
- 32 B