

9. İteğet emberinin yarıçapı 1 ve her kenar uzunluğu bir tam sayı olan kaç üçgen vardır?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) Sonsuz

10. $x^3 + 3x^2 - 2x + 4 \equiv 0 \pmod{25}$ ve $0 \leq x < 25$ koşullarını sağlayan tam sayıların toplamı 25 modunda aşağıdakilerden hangisine denktir?

- a) 3 b) 4 c) 17 d) 22 e) Hiçbiri

11. ABRAKADABRA kelimesinin harfleri, rastgele sıralandığında ilk A harfinin ilk B harfinden önce gelme olasılığı nedir?

- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{6}{7}$ e) Hiçbiri

12. $\frac{4x^2}{1+4x^2} = y$, $\frac{4y^2}{1+4y^2} = z$, $\frac{4z^2}{1+4z^2} = x$ sistemini tam olarak kaç gerçel (x, y, z) ls saęlar?

- a) 2 b) 4 c) 6 d) Sonsuz çoklukta e) Hiçbiri

13. Bir ABC üçgeninde, $|AB| = 8$ ve $|AC| = 2|BC|$ dir. $[AB]$ kenarına ait yükseklik en fazla kaç olabilir?

- a) $3\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{3}$ c) 5 d) $\frac{16}{3}$ e) 6

14. $5p(2^{p+1} - 1)$ sayısını tam kare yapan kaç p asal sayısı vardır?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) Hiçbiri

15. A ve B isimli Türk takımları Avrupa Kupası'nda son 16 takım arasında yer alıyor. Bu takımların kura ile eşleştirilmesiyle oynanan sekiz maçta yenilen takımlar eleniyor. Kalan takımlar ise yeniden kura ile eşleştirilerek, tek bir takım kalana kadar kupa bu şekilde sürüyor. Her maçta her takımın diğerini yenme olasılığı aynı ise, A ve B takımlarının karşılaşma olasılığı nedir?

- a) $\frac{1}{32}$ b) $\frac{1}{16}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{4}$ e) Hiçbiri

16. t gerçel sayısının aşağıdaki değerlerinden hangisi için $x^4 - tx + \frac{1}{t} = 0$ denkleminin hiçbir kökü $[1, 2]$ aralığında yer almaz?

- a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) Hiçbiri

17. Bir C_1 çemberi ile, C_1 in merkezinden geçen ve onu A ve B noktalarında kesen bir C_2 çemberi veriliyor. C_2 çemberine B noktasında teğet olan doğru, C_1 çemberini B ve D noktalarında kesiyor. C_1 in yarıçapı $\sqrt{3}$; C_2 in yarıçapı 2 olduğuna göre $\frac{|AB|}{|BD|}$ yi bulunuz.

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ d) 1 e) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

18. $5^n + n^5$ sayısının 11 ile bölünmesini sağlayan 2003 ten büyük en küçük n tam sayısı nedir?

- a) 2010 b) 2011 c) 2012 d) 2014 e) Hiçbiri

19. Düzlemde 2003 farklı noktayı birleştiren doğru parçalarının orta noktalarından oluşan kümenin en az kaç elemanı olabilir?

- a) 2006 b) 4001 c) 4003 d) 4006 e) Hiçbiri

20. $\sqrt{x+1-4\sqrt{x-3}} + \sqrt{x+6-6\sqrt{x-3}} = 1$ denklemini sağlayan kaç x gerçel sayısı vardır?

- a) 3 b) 4 c) 6 d) 7 e) Hiçbiri

21. C_1 ve C_2 çemberleri bir T noktasında dıştan teğettir. T den geçen bir doğru, C_1 çemberini A , C_2 çemberini de B noktasında kesiyor. C_1 çemberine A de teğet olan doğru, C_2 yi D ve E noktalarında kesiyor. $D \in [AE]$, $|TA| = a$, $|TB| = b$ olduğuna göre $|BE|$ nedir?

- a) $\sqrt{a(a+b)}$
- b) $\sqrt{a^2 + b^2 + ab}$
- c) $\sqrt{a^2 + b^2 - ab}$
- d) $\sqrt{a^2 + b^2}$
- e) $\sqrt{(a+b)b}$

22. Aşağıdaki n tam sayılarından hangisi için $x^2 \equiv -1 \pmod{n}$ denkleğini sağlayan en az bir x tam sayısı vardır?

- a) 97
- b) 98
- c) 99
- d) 100
- e) Hiçbiri

23. Ayşe, masanın üstünde duran farklı renklerdeki dokuz topun ağırlıklarının $1, 2, \dots, 9$ gram olduğunu biliyor, ancak hangi topun hangi ağırlıkta olduğunu bilmiyor. Barış ise, her topun ağırlığını biliyor. Barış, hangi kefenin ağır olduğunu ve kefelerindeki ağırlıkların farkını gösteren bir teraziye en az kaç kez kullanarak bu bilgisini Ayşe'ye kanıtlayabilir?

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 6

24. $3a = 1 + \sqrt{2}$ ise, $9a^4 - 6a^3 + 8a^2 - 6a + 9$ u aşmayan en büyük tam sayı nedir?

- a) 8
- b) 9
- c) 10
- d) 12
- e) Hiçbiri

25. Dar açılı bir ABC üçgeninde, $[AB]$ nin orta noktası D , çevrel çemberin merkezi O dur. ADO üçgeninin çevrel çemberi, $[AC]$ yi A ve E noktalarında kesiyor. $|AE| = 7$, $|DE| = 8$ ve $m(\widehat{AOD}) = 45^\circ$ olduğuna göre ABC üçgeninin alanı nedir?

- a) $56\sqrt{3}$ b) $56\sqrt{2}$ c) $50\sqrt{2}$ d) 84 e) Hiçbiri

26. n , $n+1$, $n+2$, $n+3$ sayılarından her birinin kendi ondalık yazılımındaki basamaklar toplamı ile bölünmesini sağlayan ve ondalık yazılımının birler basamağı 8 olan n tam sayılarının onlar basamağı kaç farklı değer alabilir?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

27. 1×1 boyutlarında bir karenin içine, çevre uzunlukları toplamı C olan sonlu sayıda çember yerleştirilmiştir. $C = \frac{43}{5}, 9, \frac{91}{10}, \frac{19}{2}, 10$ değerlerinden kaç için, bu çemberlerden dördünü kesen bir doğrunun varlığını kesin olarak söyleyebiliriz?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

28. a, x, y, z gerçel sayıları, $ax - y + z = 3a - 1$ ve $x - ay + z = a^2 - 1$ eşitliklerini sağlıyorsa, $x^2 + y^2 + z^2$ aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) 2 d) $\sqrt[3]{4}$ e) Hiçbiri

29. ABC dik üçgeninde $[AB]$ hipotenüsünün orta noktası D , çevrel çember yarıçapı $\frac{5}{2}$ ve $|BC| = 3$ olduğuna göre, ACD üçgeninin çevrel çemberinin merkezi ile BCD üçgeninin içteğet çemberinin merkezi arasındaki uzaklık nedir?

- a) $\frac{\sqrt{29}}{2}$ b) 3 c) $\frac{5}{2}$ d) $\frac{5\sqrt{34}}{12}$ e) $2\sqrt{2}$

30. n pozitif tam sayısının ondalık yazılımının basamakları toplamı 111, $7002n$ sayısınınki de 990 ise, $2003n$ sayısının ondalık yazılımının basamakları toplamı en çok kaç olabilir?

- a) 309 b) 330 c) 550 d) 555 e) Hiçbiri

31. n sayısı n defa kullanılmak koşuluyla, sonsuz bir satranç tahtasının her birim karesine bir pozitif tam sayı yazılmıştır. Ortak kenarı olan herhangi iki karedeki sayıların farkının mutlak değeri k den büyük değilse, k nin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) Hiçbiri

32. f fonksiyonun her gerçel x için $f(x) + 3f(1-x) = x^2$ eşitliğini sağlıyorsa, $S = \{x | f(x) = 0\}$ olmak üzere, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a) S sonsuz bir kümedir
b) $\{0, 1\} \subset S$
c) $S = \emptyset$
d) $S = \{(3 + \sqrt{3})/2, (3 - \sqrt{3})/2\}$
e) Hiçbiri

33. Bir ABC üçgeninde kenar ortaylarının kesişim noktası G , içteğet çemberin merkezi I ve $GI \perp BC$ dir. $|AB| = c$, $|AC| = b$ olduğuna göre $|BC|$ nedir?

- a) $\frac{b+c}{2}$ b) $\frac{b+c}{3}$ c) $\frac{\sqrt{b^2+c^2}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{b^2+c^2}}{3\sqrt{2}}$ e) Hiçbiri

34. m ve n pozitif tam sayılar olmak üzere, $m, m+1, \dots, m+n$ sayılarından yalnızca m ve $m+n$ nin ondalık yazılımlarındaki basamakların toplamı 8 ile bölünüyorsa, n en çok kaç olabilir?

- a) 12 b) 13 c) 14 d) 15 e) Hiçbiri

35. $n+m-1$ tane birim kare, bir kenarı n , diğer kenarı m kareden oluşan bir L şeklinde dizilmiştir. Ayşe ve Betül, Ayşe'nin başladığı ve sırası gelen oyuncunun, bitişik olarak aynı kenar boyunca sıralanmış istediği pozitif sayıda kareyi aldığı bir oyun oynuyorlar. Son kareyi alan oyuncu oyunu kaybediyor. Oyun, $(n, m) = (2003, 2003), (2002, 2003), (2003, 3), (2001, 2003)$ değerleri için dört kez oynanıyorsa, Ayşe kaç kez oyunu kazanmayı garantileyebilir?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

36. $a_1, a_2, \dots, a_{2003}$ tam sayıları, $|a_1| = 1$ ve $|a_{i+1}| = |a_i + 1|$ ($1 \leq i \leq 2002$) koşullarını sağlıyorsa, $|a_1 + a_2 + \dots + a_{2003}|$ en az kaç olabilir?

- a) 4 b) 34 c) 56 d) 65 e) Hiçbiri

1. Bir ABC üçgeninde, C köşesinden AB ye inilen dikmenin ayağı D , yüksekliklerin kesişim noktası H dir. $|CH| = |HD|$ olduğuna göre, $\tan \hat{A} \cdot \tan \hat{B}$ nedir?

- a) $\sqrt{3}$ b) $3/2$ c) $\sqrt{2}$ d) 1 e) Hiçbiri

2. $2000!$ sayısının ondalık yazılımının sonunda tam olarak kaç 0 vardır?

- a) 999 b) 625 c) 499 d) 222 e) Hiçbiri

3. AAAIEE dizisi ile başlanıp, AIE yerine EA, AE yerine IE, E yerine AI koyma işlemleri istenildiği kadar tekrarlanarak aşağıdaki dizilerden hangisi elde edilemez?

- a) AIAA b) AIAAA c) AIAIAI d) AIAIIAI e) Hiçbiri

4. P polinomu, her gerçel x için $(x-4)P(2x) = 4(x-1)P(x)$ eşitliğini ve $P(0) \neq 0$ koşulunu sağlıyorsa, P nin derecesi nedir?

- a) 3 b) 2 c) 1 d) 0 e) Hiçbiri

13. İteğet emberinin yarıçapı 1 ve her kenar uzunluğu bir tam sayı olan kaç üçgen vardır?

- a) 3 b) 2 c) 1 d) 0 e) Sonsuz

14. $x^3 + 3x^2 - 2x + 4 \equiv 0 \pmod{25}$ ve $0 \leq x < 25$ koşullarını sağlayan tam sayıların toplamı 25 modunda aşağıdakilerden hangisine denktir?

- a) 22 b) 17 c) 4 d) 3 e) Hiçbiri

15. ABRAKADABRA kelimesinin harfleri, rastgele sıralandığında ilk A harfinin ilk B harfinden önce gelme olasılığı nedir?

- a) $\frac{6}{7}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{5}{7}$ d) $\frac{2}{3}$ e) Hiçbiri

16. $\frac{4x^2}{1+4x^2} = y$, $\frac{4y^2}{1+4y^2} = z$, $\frac{4z^2}{1+4z^2} = x$ sistemini tam olarak kaç gerçel (x, y, z) ls saęlar?

- a) 6 b) 4 c) 2 d) Sonsuz çoklukta e) Hiçbiri

17. C_1 ve C_2 çemberleri bir T noktasında dıştan teğettir. T den geçen bir doğru, C_1 çemberini A , C_2 çemberini de B noktasında kesiyor. C_1 çemberine A de teğet olan doğru, C_2 yi D ve E noktalarında kesiyor. $D \in [AE]$, $|TA| = a$, $|TB| = b$ olduğuna göre $|BE|$ nedir?

- a) $\sqrt{(a+b)b}$
- b) $\sqrt{a^2 + b^2}$
- c) $\sqrt{a^2 + b^2 - ab}$
- d) $\sqrt{a^2 + b^2 + ab}$
- e) $\sqrt{a(a+b)}$

18. Aşağıdaki n tam sayılarından hangisi için $x^2 \equiv -1 \pmod{n}$ denkleğini sağlayan en az bir x tam sayısı vardır?

- a) 100
- b) 99
- c) 98
- d) 97
- e) Hiçbiri

19. Ayşe, masanın üstünde duran farklı renklerdeki dokuz topun ağırlıklarının $1, 2, \dots, 9$ gram olduğunu biliyor, ancak hangi topun hangi ağırlıkta olduğunu bilmiyor. Barış ise, her topun ağırlığını biliyor. Barış, hangi kefenin ağır olduğunu ve kefelerindeki ağırlıkların farkını gösteren bir teraziye en az kaç kez kullanarak bu bilgisini Ayşe'ye kanıtlayabilir?

- a) 6
- b) 5
- c) 4
- d) 3
- e) 2

20. $3a = 1 + \sqrt{2}$ ise, $9a^4 - 6a^3 + 8a^2 - 6a + 9$ u aşmayan en büyük tam sayı nedir?

- a) 12
- b) 10
- c) 9
- d) 8
- e) Hiçbiri

21. Bir C_1 çemberi ile, C_1 in merkezinden geçen ve onu A ve B noktalarında kesen bir C_2 çemberi veriliyor. C_2 çemberine B noktasında teğet olan doğru, C_1 çemberini B ve D noktalarında kesiyor. C_1 in yarıçapı $\sqrt{3}$; C_2 in yarıçapı 2 olduğuna göre $\frac{|AB|}{|BD|}$ yi bulunuz.

- a) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ b) 1 c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $\frac{1}{2}$

22. $5^n + n^5$ sayısının 11 ile bölünmesini sağlayan 2003 ten büyük en küçük n tam sayısı nedir?

- a) 2014 b) 2012 c) 2011 d) 2010 e) Hiçbiri

23. Düzlemde 2003 farklı noktayı birleştiren doğru parçalarının orta noktalarından oluşan kümenin en az kaç elemanı olabilir?

- a) 4006 b) 4003 c) 4001 d) 2006 e) Hiçbiri

24. $\sqrt{x+1-4\sqrt{x-3}} + \sqrt{x+6-6\sqrt{x-3}} = 1$ denklemini sağlayan kaç x gerçel sayısı vardır?

- a) 7 b) 6 c) 4 d) 3 e) Hiçbiri

25. ABC dik üçgeninde $[AB]$ hipotenüsünün orta noktası D , çevrel çember yarıçapı $\frac{5}{2}$ ve $|BC| = 3$ olduğuna göre, ACD üçgeninin çevrel çemberinin merkezi ile BCD üçgeninin içteğet çemberinin merkezi arasındaki uzaklık nedir?

- a) $2\sqrt{2}$ b) $\frac{5\sqrt{34}}{12}$ c) $\frac{5}{2}$ d) 3 e) $\frac{\sqrt{29}}{2}$

26. n pozitif tam sayısının ondalık yazılımının basamakları toplamı 111, $7002n$ sayısınınki de 990 ise, $2003n$ sayısının ondalık yazılımının basamakları toplamı en çok kaç olabilir?

- a) 555 b) 550 c) 330 d) 309 e) Hiçbiri

27. n sayısı n defa kullanılmak koşuluyla, sonsuz bir satranç tahtasının her birim karesine bir pozitif tam sayı yazılmıştır. Ortak kenarı olan herhangi iki karedeki sayıların farkının mutlak değeri k den büyük değilse, k nin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) 4 b) 3 c) 2 d) 1 e) Hiçbiri

28. f fonksiyonun her gerçel x için $f(x) + 3f(1-x) = x^2$ eşitliğini sağlıyorsa, $S = \{x | f(x) = 0\}$ olmak üzere, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a) $S = \{(3 + \sqrt{3})/2, (3 - \sqrt{3})/2\}$
b) $S = \phi$
c) $\{0, 1\} \subset S$
d) S sonsuz bir kümedir
e) Hiçbiri

29. Dar açılı bir ABC üçgeninde, $[AB]$ nin orta noktası D , çevrel çemberin merkezi O dur. ADO üçgeninin çevrel çemberi, $[AC]$ yi A ve E noktalarında kesiyor. $|AE| = 7$, $|DE| = 8$ ve $m(\widehat{AOD}) = 45^\circ$ olduğuna göre ABC üçgeninin alanı nedir?

- a) 84 b) $50\sqrt{2}$ c) $56\sqrt{2}$ d) $56\sqrt{3}$ e) Hiçbiri

30. n , $n+1$, $n+2$, $n+3$ sayılarından her birinin kendi ondalık yazılımındaki basamaklar toplamı ile bölünmesini sağlayan ve ondalık yazılımının birler basamağı 8 olan n tam sayılarının onlar basamağı kaç farklı değer alabilir?

- a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1

31. 1×1 boyutlarında bir karenin içine, çevre uzunlukları toplamı C olan sonlu sayıda çember yerleştirilmiştir. $C = \frac{43}{5}, 9, \frac{91}{10}, \frac{19}{2}, 10$ değerlerinden kaç için, bu çemberlerden dördünü kesen bir doğrunun varlığını kesin olarak söyleyebiliriz?

- a) 4 b) 3 c) 2 d) 1 e) 0

32. a, x, y, z gerçel sayıları, $ax - y + z = 3a - 1$ ve $x - ay + z = a^2 - 1$ eşitliklerini sağlıyorsa, $x^2 + y^2 + z^2$ aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- a) $\sqrt[3]{4}$ b) 2 c) $\sqrt{3}$ d) $\sqrt{2}$ e) Hiçbiri

33. Bir ABC üçgeninde kenar ortaylarının kesişim noktası G , içteğet çemberin merkezi I ve $GI \perp BC$ dir. $|AB| = c$, $|AC| = b$ olduğuna göre $|BC|$ nedir?

- a) $\frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{3\sqrt{2}}$ b) $\frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}$ c) $\frac{b + c}{3}$ d) $\frac{b + c}{2}$ e) Hiçbiri

34. m ve n pozitif tam sayılar olmak üzere, $m, m+1, \dots, m+n$ sayılarından yalnızca m ve $m+n$ nin ondalık yazılımlarındaki basamakların toplamı 8 ile bölünüyorsa, n en çok kaç olabilir?

- a) 15 b) 14 c) 13 d) 12 e) Hiçbiri

35. $n + m - 1$ tane birim kare, bir kenarı n , diğer kenarı m kareden oluşan bir L şeklinde dizilmiştir. Ayşe ve Betül, Ayşe'nin başladığı ve sırası gelen oyuncunun, bitişik olarak aynı kenar boyunca sıralanmış istediği pozitif sayıda kareyi aldığı bir oyun oynuyorlar. Son kareyi alan oyuncu oyunu kaybediyor. Oyun, $(n, m) = (2003, 2003), (2002, 2003), (2003, 3), (2001, 2003)$ değerleri için dört kez oynanıyorsa, Ayşe kaç kez oyunu kazanmayı garantileyebilir?

- a) 4 b) 3 c) 2 d) 1 e) 0

36. $a_1, a_2, \dots, a_{2003}$ tam sayıları, $|a_1| = 1$ ve $|a_{i+1}| = |a_i + 1|$ ($1 \leq i \leq 2002$) koşullarını sağlıyorsa, $|a_1 + a_2 + \dots + a_{2003}|$ en az kaç olabilir?

- a) 65 b) 56 c) 34 d) 4 e) Hiçbiri

XI. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI-2003

Birinci aşama sınavı

SORU KİTAPÇIĞI A

CEVAP ANAHTARI

- 1.a
- 2.c
- 3.c
- 4.b
- 5.e
- 6.b
- 7.e
- 8.c
- 9.b
- 10.c
- 11.b
- 12.a
- 13.d
- 14.b
- 15.c
- 16.d
- 17.d
- 18.a
- 19.c
- 20.e
- 21.e
- 22.a
- 23.a
- 24.c
- 25.b
- 26.a
- 27.c
- 28.e
- 29.d
- 30.d
- 31.b
- 32.d
- 33.e
- 34.d
- 35.e
- 36.b

XI. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI-2003

Birinci aşama sınavı

SORU KİTAPÇIĞI B

CEVAP ANAHTARI

- 1.e
- 2.c
- 3.e
- 4.b
- 5.e
- 6.c
- 7.b
- 8.c
- 9.b
- 10.c
- 11.b
- 12.a
- 13.c
- 14.b
- 15.c
- 16.c
- 17.a
- 18.d
- 19.e
- 20.b
- 21.b
- 22.d
- 23.b
- 24.e
- 25.b
- 26.a
- 27.c
- 28.a
- 29.c
- 30.e
- 31.c
- 32.e
- 33.e
- 34.a
- 35.a
- 36.c