



**TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI**

**29. ULUSAL BİLİM OLİMPİYATLARI - 2021
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI
ORTAOKUL MATEMATİK**

Soru kitapçığı türü

A

3 Temmuz 2021 Cumartesi, 09.30-12.30

ADAYIN ADI SOYADI :
T.C. KİMLİK NO :
OKULU / SINIFI :
SINAVA GİRDİĞİ İL :

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürmektedir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi ya da karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayımlandıktan sonra 7 işgünü içerisinde, kanıtları ile birlikte, TÜBİTAK'a başvurması gerekir. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ulusal Bilim Olimpiyatı -Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve İstanbul Üniversitesi sorumlu tutulamaz. İstanbul Üniversitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyararak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

Başarılar Dileriz

1. $|AB| = |AC|$ olan bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde alınan D ve E noktaları için $|BD| = |DE| = |EC|$ eşitlikleri sağlanmaktadır. Buna göre,

- I. $s(\widehat{ADB}) = s(\widehat{AEC})$
II. $s(\widehat{BAC}) = 3 \cdot s(\widehat{DAE})$
III. $|AD| = |CD|$
IV. $|AB| = |DE|$

ifadelerinden hangileri doğru olabilir?

- a) I ve IV b) I ve III c) II ve IV d) I ve II e) I, III ve IV

2. n , 10^{10} ve 16^{10} sayılarının en küçük ortak katı 20^{20} olacak şekilde kaç farklı n pozitif tam sayısı vardır?

- a) 33 b) 35 c) 37 d) 39 e) 41

3. a ve b gerçel sayılar olmak üzere, $2a + b + 1 = 0$ ise, $a^2 + b^2$ nin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) $\frac{2}{9}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{5}$

4. 9 farklı top 5 farklı kutuya, en az 3 kutu boş kalacak biçimde kaç farklı şekilde dağıtılabilir?

- a) 5105 b) 5110 c) 5115 d) 5120 e) 5125

5. $s(\widehat{BAC}) = 110^\circ$ olan bir ABC üçgeninde $[AB]$ ve $[AC]$ kenarları üzerinde sırasıyla D ve E noktaları alınıyor. $s(\widehat{ADE}) = 30^\circ$, $s(\widehat{BCD}) = 10^\circ$ ve $|DE| = |EC|$ ise, $s(\widehat{BEC})$ kaç derecedir?

- a) 120° b) 125° c) 130° d) 135° e) 140°

6. m bir pozitif tam sayı olmak üzere, $n^2 + 5n + 7$ ve $2n^2 + 3n + 5$ sayılarının ikisi de m ile tam bölünecek şekilde bir n pozitif tam sayısı varsa m ye *güzel sayı* diyelim. Tüm güzel sayıların toplamı kaçtır?

- a) 110 b) 120 c) 130 d) 140 e) 150

7. a , b ve c farklı gerçel sayılar olmak üzere, $x^2 + (a + b)x + b + c = 0$ ve $x^2 + (a + c)x + 2c = 0$ denklemlerinin ortak bir kökü bulunmaktadır. Buna göre $a - c$ kaçtır?

- a) -2 b) -1 c) 0 d) 1 e) 2

8. Bir tahtada bir A pozitif tam sayısı yazılıdır. Herhangi bir dört basamaklı B pozitif tam sayısı için, A sayısının bazı basamaklarını silerek B sayısını elde etmek mümkündür. Buna göre, A sayısının basamak sayısı en az kaç olabilir?

- a) 37 b) 39 c) 41 d) 43 e) 45

9. $s(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ olan bir ABC üçgeninde $|AB| = 1$ ve $|AC| = 2$ dir. $[BC]$ üzerinde alınan bir D noktası ve $[CD]$ üzerinde alınan bir E noktası için, $|AD| = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ve $s(\widehat{DAE}) = s(\widehat{ACE})$ eşitlikleri sağlanmaktadır. Buna göre $|AE|$ kaçtır?

- a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\sqrt{3}$ e) 2

10. Bir tahtaya ilk 123 pozitif tam sayı birer kez yazılmıştır. Bu tahtada kalan sayıların çarpımının ondalık yazılımı 4 ile bitecek şekilde tahtadaki sayılardan n tanesini silmek mümkün ise, n en az kaç olabilir?

- a) 23 b) 24 c) 25 d) 26 e) 27

11. x ve y gerçel sayılar olmak üzere,

$$x = y^2 - y - 2$$

$$y = -x^2 - x + 2$$

ise, $x + y$ toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) Hiçbiri

12. Bir kutuda 100 kırmızı ve 100 beyaz şeker bulunmaktadır. Aslı her hamlesinde kutudan rastgele iki şeker alıyor. Aslı, bu iki şeker aynı renkte ise ikisini de yiyor, farklı renkte ise kırmızı şekerini yiyor ve beyaz şekerini kutuya geri koyuyor. İlk k hamlede alınan şekerler nasıl olursa olsun Aslı en az 29 kırmızı şeker yiyorsa, k en az kaç olabilir?

- a) 77 b) 78 c) 79 d) 80 e) 81

13. Bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde alınan D ve E noktaları için E noktası C ile D arasındadır. AD ve AE doğrularının ABC üçgeninin çevrel çemberiyle A dan başka kesişim noktaları sırasıyla K ve L olsun. $|BD| = 2$, $|DK| = 3$, $|DE| = 4$, $|EC| = |EA|$ ve $|EL| = |DA|$ ise, $|AL|$ kaçtır?
- a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 11

14. $3^n + n$ sayısının 13 ile tam bölünmesini sağlayan 2021'den küçük kaç n pozitif tam sayısı vardır?
- a) 52 b) 104 c) 117 d) 130 e) 156

15. Bir miktar şeker Ali, Berk ve Cem arasında paylaştırıldıktan sonra Berk'in şeker sayısı Ali'ninkinin 4 katı, Cem'in şeker sayısı ise Berk'inkinin 3 katıdır. Sonra Cem, 54 şekerini Ali ve Berk arasında paylaştırıyor. Son durumda Berk'in şeker sayısı Ali'ninkinin 3 katı, Cem'in şeker sayısı ise Berk'inkinin 2 katı olmuştur. Buna göre bu üç kişideki toplam şeker sayısı kaçtır?
- a) 510 b) 595 c) 680 d) 765 e) 850

16. Her tam sayıyı kırmızı ve beyaz renklerinden birine, ne farkları 1 olan iki kırmızı sayı ne de farkları k olan iki beyaz sayı bulunacak şekilde boyamak mümkünse, k sayısı 10, 12, 26, 33 ve 42 değerlerinden kaçını alabilir?
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

17. Bir $ABCD$ karesinin B köşesinden geçen bir çember, $[AB]$ kenarını K , $[BC]$ kenarını L , $[AC]$ köşegenini P ve M noktalarında (M noktası P ile C arasında), $[BD]$ köşegenini B den başka bir N noktasında kesmektedir. $s(\widehat{KLP}) = 30^\circ$ ve $s(\widehat{KLB}) = 35^\circ$ ise, $s(\widehat{PNM})$ kaç derecedir?

a) 130° b) 135° c) 140° d) 145° e) 150°

18. 3 ile bölündüğünde 2, 5 ile bölündüğünde 3, 7 ile bölündüğünde 5, 11 ile bölündüğünde 7, 13 ile bölündüğünde 11 kalanını veren en küçük pozitif tam sayının 17 ile bölümünden kalan kaçtır?

a) 5 b) 7 c) 10 d) 12 e) 13

19. Sadece A ve B sınıflarından oluşan bir kurstaki erkeklerin %40'ı A sınıfında, kızların ise %40'ı B sınıfında yer almaktadır. A sınıfındaki bir erkek ile B sınıfındaki bir kız karşılıklı sınıflarını değiştiriyor. Son durumda A sınıfındaki erkekler ile B sınıfındaki kızların toplam sayısı, A sınıfındaki kızlar ile B sınıfındaki erkeklerin toplam sayısının %60'ıdır. Buna göre bu kursta toplam kaç kişi bulunmaktadır?

a) 40 b) 80 c) 120 d) 160 e) 180

20. Her birinin kafasında kırmızı veya beyaz kavuk olan n cüce bir sıraya dizilmiştir. Herhangi ardışık 60 cücenin yarısının kavuğu kırmızı iken, yarısının kavuğunun kırmızı olduğu ardışık 62 cüce bulunmamaktadır. Buna göre n en fazla kaç olabilir?

a) 78 b) 82 c) 90 d) 99 e) 118

21. $AB \parallel CD$ olan bir $ABCD$ yamuğunda $[AB]$ kenarı üzerinde alınan bir F noktası için, AFD , FDC ve FCB üçgenlerinin çevreleri birbirine eşittir. $|AB| = 12$ ise, $|CD|$ uzunluğunun alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

a) 4 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12

22. $\{3, 12, 14, 37, 39, 41, 82\}$ kümesinin boş olmayan alt kümelerinden kaç tanesinin elemanları toplamı 9 ile tam bölünür?

a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

23. x, y ve z birbirinden farklı gerçel sayılar olmak üzere,

$$x^2 + y^2 = 2x + 3y$$

$$y^2 + z^2 = 3y + 2z$$

$$z^2 + x^2 = 3z + 2x$$

ise, $x + 2y + 3z$ kaçtır?

a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

24. $1, 2, \dots, 9$ sayıları 3×3 bir tablonun birim karelerine her bir birim karede bir sayı bulunacak şekilde yerleştirilecektir. Bu işlem, hem herhangi bir satırdaki sayıların toplamı hem de herhangi bir sütundaki sayıların toplamı 3 ile tam bölünecek şekilde kaç farklı biçimde yapılabilir?

a) $3 \cdot 6^3$ b) $5 \cdot 6^3$ c) 6^4 d) $3 \cdot 6^4$ e) $4 \cdot 6^4$

25. $|AB| = |AC|$ olan bir ABC üçgeninde E ve F noktaları sırasıyla $[AB]$ ve $[AC]$ kenarlarının orta noktalarıdır. $[AE]$ doğru parçası üzerinde bir K noktası ve $[AF]$ doğru parçası üzerinde bir L noktası $|AK| = |LF|$ olacak şekilde alınmıştır. $[KL]$ doğru parçasının orta noktası M olmak üzere, CM ve EF doğrularının kesişim noktası N dir. $|MN| = 1$ ise, $|CN|$ kaçtır?

a) $\frac{2}{3}$ b) 1 c) $\frac{3}{2}$ d) 2 e) Hiçbiri

26. Farklı 9 pozitif tam sayının tam olarak ikisi 2 ile, tam olarak üçü 3 ile, tam olarak beşi 5 ile ve tam olarak yedisi 7 ile tam bölünmektedir. Buna göre bu sayıların en büyüğünün alabileceği en küçük değer nedir?

a) 75 b) 105 c) 210 d) 315 e) Hiçbiri

27. A ve B noktaları arasındaki düz bir yolda sabit hızlarla koşan X, Y, Z ve T koşucularının A noktasından aynı anda başlayıp B noktasına varmaları ve hiç beklemeden aynı yol üzerinden A noktasına geri dönmeleri gerekmektedir. X in hızı Y nin hızının 5 katıdır. Z nin hızı Y nin hızının 6 katıdır. T nin hızı Y nin hızından küçüktür. T koşucusu, yarışma başladıktan 1 dakika sonra X ile, 4 dakika sonra Y ile ve p dakika sonra Z ile karşılaşmıştır. Buna göre p kaçtır?

a) $\frac{16}{19}$ b) $\frac{11}{13}$ c) $\frac{13}{15}$ d) $\frac{8}{11}$ e) $\frac{17}{21}$

28. Bir koordinat düzleminde $(0, 0)$ noktası kırmızıya boyanmıştır. Kırmızıya boyalı her (x, y) noktası için $(x + 7, y)$, $(x - 13, y - 6)$ ve $(x + 1, y + 8)$ noktaları da kırmızıya boyalıdır. Buna göre $(2021, 2021)$, $(2020, 2020)$, $(26, 2021)$, $(2021, 26)$ ve $(2021, 2020)$ noktalarından kaç tanesi kesinlikle kırmızıya boyalıdır?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

29. $AB \parallel CD$ olan bir $ABCD$ yamuğunun iç bölgesinde birbirlerine dıştan teğet olan ω_1 ve ω_2 çemberleri; ω_1 çemberi $[AB]$, $[CD]$ ve $[DA]$ kenarlarına, ω_2 çemberi ise $[AB]$, $[BC]$ ve $[CD]$ kenarlarına teğet olacak şekilde çizilmiştir. $ABCD$ yamuğunun alanı 12 ve $|AD| + |BC| = 8$ ise, $|AB| + |CD|$ kaçtır?
- a) 8 b) 10 c) 12 d) 14 e) 16

30. a, b ve c tam sayılar olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ eşitliğini sağlayan yalnızca bir x gerçel sayısı varsa, (a, b, c) üçlüsüne *güzel üçlü* diyelim. $1 \leq a, b, c \leq 100$ ve $\text{obeb}(a, b, c) = 1$ koşullarını sağlayan kaç tane (a, b, c) güzel üçlüsü vardır?
- a) 45 b) 47 c) 49 d) 51 e) 53

31. a ve b gerçel sayılar olmak üzere, $a^2 - b^2 = 1$ ise, $(3a + b)^2$ en az kaç olabilir?
- a) 1 b) 2 c) 8 d) 9 e) 12

32. Aslı ve Zehra başlangıçta her birinin üzerinde 1 yazılı olan n taş ile bir oyun oynuyorlar. Oyuna Aslı başlıyor ve oyuncular sırayla hamle yapıyorlar. Sırası gelen oyuncu taşlardan birinin üzerindeki sayıyı silip yerine sildiği sayının 1 veya 2 fazlasını yazıyor. Taşlardan birinin üzerine 29 yazan oyuncu oyunu kazanıyor. Oyun $n = 4, 5, 6, 12, 29$ değerleri için birer kez oynanırsa, Aslı bu oyunların kaç tanesini kazanmayı garantileyebilir?
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

