



**TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI**

**29. ULUSAL BİLİM OLİMPİYATLARI - 2021
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI
MATEMATİK**

Soru kitapçığı türü

A

3 Temmuz 2021 Cumartesi, 09.30-12.30

ADAYIN ADI SOYADI :
T.C. KİMLİK NO :
OKULU / SINIFI :
SINAVA GİRDİĞİ İL :

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı, cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürülecektir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi ya da karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda bir yanlışın olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir şeyin olması durumunda sınav akademik kurulu gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen, en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı TÜBİTAK'ın internet sayfasında (<http://www.tubitak.gov.tr>) yayımlandıktan sonra 7 işgünü içerisinde, kanıtları ile birlikte, TÜBİTAK'a başvurması gerekir. Bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- Ulusal Bilim Olimpiyatı -Birinci Aşama Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan TÜBİTAK ve İstanbul Üniversitesi sorumlu tutulamaz. İstanbul Üniversitesi, bu tip durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyararak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

Başarılar Dileriz

5. Çeşitkenar bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üstünde $|BD| = |EC| < |BE|$ olacak şekilde D ve E noktaları alınıyor. $|AB| = 3|AD| + |AE|$ ve $|AC| = |AD| + 3|AE|$ ise, $\frac{|BC|}{|DE|}$ kaçtır?
- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) Hiçbiri

6. Kaç tane n pozitif tam sayısı için n^3 sayısının rakamları toplamı $4n$ sayısına eşittir?
- a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9

7. Bir $(a_n)_{n=1}^{100}$ gerçel sayı dizisi $a_1 = 3$ ve her $n = 1, 2, \dots, 99$ için

$$a_{n+1} = a_n + 1 - \frac{2}{n^2 + n}$$

eşitliğini sağlıyorsa, $a_1 + 2a_2 + \dots + 100a_{100}$ toplamı kaçtır?

- a) 335850 b) 338505 c) 338550 d) 383505 e) 383550

8. Bir çember etrafına yazılmış olan sıfırdan farklı 200 sayı, komşu sayılar farklı renkte olacak şekilde kırmızı ve beyaz renge boyanmıştır. Her kırmızı sayı iki komşusunun çarpımına, her beyaz sayı ise iki komşusunun toplamına eşittir. Buna göre bu 200 sayının toplamı kaçtır?
- a) 60 b) 65 c) 70 d) 75 e) 80

9. Bir ABC üçgeninde A köşesinden ve $[BC]$ kenarının orta noktasından geçen doğru ABC üçgeninin çevrel çemberini ikinci kez D noktasında kesmektedir. $|AB| = 15$, $|BC| = 24$ ve $m(\widehat{ABC}) = 2 \cdot m(\widehat{BCD})$ ise, $|DC|$ kaçtır?

a) 9 b) 10 c) 12 d) 14 e) 15

10. $n = 5, 7, 11, 13, 121$ değerlerinden kaç tanesi için $\frac{k^2 + 3k + 5}{n}$ tam sayı olacak şekilde k tam sayısı bulunmaz?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

11. a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$$x^4 - x^3 + (a + b - 2)x^2 + (b - 2a)x + ab$$

polinomunun 4 farklı gerçel kökü varsa, $4a + b$ toplamı $\frac{5}{16}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{17}{8}$ ve $\frac{5}{2}$ değerlerinden kaç tanesini alabilir?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

12. Bir sıraya dizilmiş 58 cücenin 29 tanesinin kavuğu kırmızı, diğer 29 tanesinin kavuğu ise beyaz renktedir. Başlangıçtaki diziliş nasıl olursa olsun, en fazla k tane kırmızı ve en fazla k tane beyaz kavuklu cüceyi sıradan çıkartarak sırada kalan farklı renkte kavuğa sahip en fazla bir ardışık cüce ikilisi bulunması sağlanabiliyorsa, k en az kaçtır?

a) 14 b) 16 c) 18 d) 20 e) 24

- 13.** Köşeleri O merkezli bir ω çemberi üzerinde yer alan bir $ABCD$ karesi veriliyor. $[CD]$ kenarının orta noktasından geçen bir doğru ω çemberinin küçük CD yayını K de, küçük AD yayını L noktasında kesiyor. $m(\widehat{KOL}) = 120^\circ$ ise, $m(\widehat{KDC})$ kaçtır?

a) 15° b) 20° c) $22,5^\circ$ d) 25° e) 30°

- 14.** $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 29\}$ olmak üzere,

$$\frac{a^5 + b^6 + c^7 - 2021}{29}$$

ifadesinin bir tam sayı olmasını sağlayan kaç farklı (a, b, c) üçlüsü vardır?

a) 812 b) 832 c) 836 d) 839 e) 841

- 15.** n sayısının 2041, 2042, 2043, 2044 ve 2045 değerlerinden kaç tanesi için,

$$P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = 2021 \text{ ve } P(m) = n$$

olacak şekilde tam sayı katsayılı bir $P(x)$ polinomu ve m tam sayısı bulunur?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

- 16.** Sekiz tane 1 ve sekiz tane 0, 4×4 bir tablonun birim karelerine her bir birim karede bir sayı bulunacak şekilde yerleştirilecektir. Bu işlem, hem herhangi bir satırdaki sayıların toplamı hem de herhangi bir sütundaki sayıların toplamı tek sayı olacak şekilde kaç farklı biçimde yapılabilir?

a) 72 b) 96 c) 108 d) 128 e) 144

25. Bir ABC üçgeninde sırasıyla $[BC]$, $[AC]$ ve $[AB]$ kenarları üzerinde alınan D , E ve F noktaları için AD , BE ve CF noktadaştır. $|BD| = |CD|$, $CF \perp AB$, $|CF| = 8$, $|DF| = 5$ ve $|EF| = 6$ ise, $|BE|$ kaçtır?

- a) $\frac{18}{\sqrt{5}}$ b) $4\sqrt{5}$ c) $5\sqrt{5}$ d) $6\sqrt{5}$ e) $\frac{24}{\sqrt{5}}$

26. n bir pozitif tam sayı olmak üzere, n^2 yi tam bölen ancak n yi tam bölmeyen pozitif tam sayıların sayısı 9 ise, n sayısının pozitif tam bölen sayısı kaç farklı değer alabilir?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) Hiçbiri

27. x_1, x_2, \dots, x_5 pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$\frac{64}{x_1} + \frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_3} + \frac{x_3^2}{x_4} + \frac{x_4^2}{x_5} + 8x_5^2$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) $\frac{119}{4}$ b) $\frac{121}{4}$ c) $\frac{251}{8}$ d) $\frac{63}{2}$ e) 32

28. Bir koordinat düzleminin orijininde bir bilye bulunmaktadır. k verilmiş bir pozitif tam sayı olmak üzere, her hamlede eksenlerden biri seçiliyor ve bilye önce seçilen eksene paralel şekilde k birim, sonra diğer eksene paralel şekilde de 1 birim öteleniyor. $k = 4, 7, 10, 29, 42$ değerlerinin kaçını için bilye tam sayı koordinatlı istenilen herhangi bir noktaya taşınabilir?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

29. Bir $A_1A_2 \dots A_9$ düzgün dokuzgeninde A_1A_5 ile A_2A_7 doğruları B noktasında, A_1A_5 ile A_4A_8 doğruları da C noktasında kesişiyor. $[A_3B]$ üzerinde $m(\widehat{A_3A_2D}) = 15^\circ$ olacak şekilde bir D noktası alınıyor. A_7BC üçgeninin alanının BCD üçgeninin alanına oranı kaçtır?

- a) 1 b) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) 2 e) Hiçbiri

30. $p > 2$ bir asal sayı olmak üzere, $2^1, 2^2, \dots, 2^{p-1}$ sayılarının p ile bölümünden kalanlarının kümesi m elemanlı olmak üzere $2^{m-1} < p$ sağlamıyorsa, p sayısına *güzel asal* diyelim. 2021 den küçük kaç tane güzel asal sayı vardır?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) Hiçbiri

31. $xy(x - y - 1) = 6$ eşitliğini sağlayan x ve y pozitif gerçel sayıları için $x + y$ nin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) 4 b) $3\sqrt{2}$ c) $\sqrt{21}$ d) $2\sqrt{6}$ e) $2\sqrt{7}$

32. Aslı ve Zehra başlangıçta hiçbir köşesi boyalı olmayan bir düzgün $2n$ -gen üzerinde bir oyun oynuyorlar. Oyuna Aslı başlıyor ve oyuncular sırayla hamle yapıyorlar. Sırası gelen oyuncu ya boyalı olmayan bir köşeyi ya da çokgenin merkezine göre simetrik olan ve hiçbiri boyalı olmayan iki köşeyi boyuyor. Hamle yapamayan oyuncu oyunu kaybediyor. Oyun $n = 6, 12, 17, 29, 32$ değerleri için birer kez oynanırsa, Aslı bu oyunların kaç tanesini kazanmayı garantileyebilir?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

