TÜBİTAK

Türkiye Cumhuriyeti
SANAYİ VE TEKNOLOJİ BAKANLIĞI

MATEMATİK

14. ULUSAL İLKÖĞRETİM MATEMATİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAV SORU VE ÇÖZÜMLERİ

2009

TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEK PROGRAMLARI BAŞKANLIĞI

ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATLARI SORU ve ÇÖZÜMLERİ

Ankara

Nisan 2019

1. n tam sayı olmak üzere, $12 < \dfrac{n}{5} < 21$ eşitsizliğini sağlayan ve sadeleştirilemeyen $\dfrac{n}{5}$ şeklindeki kesirlerin toplamı kaçtır?

Cevap: 594. $12 < \dfrac{n}{5} < 21$ eşitsizliğini sağlayan n değerleri: $161, 62, \ldots, 104$. Bunlardan sadeleşen kesirlerin paydaları: $n = 65, 70, \ldots, 100$. Buna göre, sadeleştirilemeyen kesirlerin toplamı:

$$\frac{61}{5} + \frac{62}{5} + \cdots + \frac{104}{5} - \frac{65}{5} - \frac{70}{5} - \cdots - \frac{100}{5} = 33 \cdot 22 - 33 \cdot 4 = 594.$$

2. n pozitif tam sayısının kaç değeri için, $5n - 28$, $7n - 19$, $10n + 1$ sayılarının üçü de asaldır?

Cevap: 1. Bu sayıların toplamı $5n-28+7n-19+10n+1 = 22n-46$ bir çift sayıdır. Buna göre, bu sayıların en az biri 2 olacaktır. $5n - 28 = 2$ olursa, $n = 6$ ve sayılar 2, 23, 61 olur. $7n - 19 = 2$ olursa, $n = 3$, sayılar $-13, 2, 31$ olur. $10n + 1 \neq 2$. Demek ki sadece $n = 6$ sayısı koşulları sağlıyor.

3. Bir çemberin dışındaki bir A noktasından çembere bir teğet ve bir kesen çizilmiştir. B noktası, teğetin değme noktası; C ve D ise, kesenin çemberle kesiştiği noktalardır. $|BC| = 4$, $|BD| = 6$ olduğuna göre, $|AB|$ nin alabileceği en büyük tam sayı değeri nedir?

Cevap: 11. Teğet-kiriş açıdan $\angle ABC = \angle ADB$ dir. Bu durumda $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ olacağından $|AC|/|AB| = |BC|/|BD| = 2/3$ olur. $|AB| = 3x$ ve $|AC| = 2x$ olsun. ABC üçgeninde üçgen eşitsizliğinden $x = 3x - 2x < 4$ olur. Buradan da $|AB| = 3x < 12$ elde ederiz. $|AB| = 11$ için şartları sağlayan bir şekil çizilebilir.

4. Bir malın fiyatında indirim yapıldıktan sonra, bir günde satılan mal miktarı %50; satışlardan elde edilen gelir ise, %26 arttığına göre, yüzde kaç indirim yapılmıştır?

Cevap: 16. İndirimden önce bir günde satılan mal miktarı a, bir birim malın fiyatı s, yapılan indirim x olsun. O zaman

$$\frac{a \cdot s \cdot 126}{100} = \frac{(100 - x)s}{100} \cdot \frac{150a}{100}$$

Buna göre $x = 16$ olur.

5. Beş futbol takımının katıldığı turnuvada herhangi iki takım kendi aralarında tam olarak bir maç yapıyor. Her maçta kazanan takım 3, berabere kalan takımlar birer, kaybeden takım ise 0 puan alıyor. Turnuva sonunda dört takımın puanları 1, 2, 5 ve 8 olduysa, beşinci takımın puanı kaçtır?

Cevap: 10. $1, 2, 5$ ve 8 puan alan takımlar sırasıyla, A,B,C ve D olsunlar. A ve B takımlarının kazandıkları maç bulunmuyor. Buna göre bu iki takım kendi aralarındaki maçta berabere kalmışlar. O zaman A diğer maçlarının hepsinde yenilmiştir. Demek ki C talkımı A takımını yenmiştir. B ile C arasındaki maçı B kazansaydı B'nin en az 4 puanı, C kazansaydı C'nin en az 6 puanı olurdu. Demek ki B ve C aralarında berabere kalmışlar. D takımı A ve B yi yendiği için C ile berabere kalmıştır, aksi takdirde D'nin en az 9 puanı veya C'nin en az 7 puanı olurdu. Demek ki C takımı E takımına yenilmiştir ve D ile E takımları berabere kalmıştır. Sonuç olarak, E takımının 10 puanı vardır.

6. Kesişen iki çemberin ortak kirişi $[AB]$ dir. A noktasından bu iki çembere çizilen teğetlerin bu çemberleri ikinci kez kestiği noktalar C ve D olmak üzere, $|BC| = 2\sqrt{3}$, $|BD| = 4\sqrt{3}$ ise, AB kaçtır?

Cevap: $2\sqrt{6}$. Teğet-kiriş açıdan $\angle CAB = \angle ADB$ ve $\angle BAD = \angle ACB$ olur. Buradan $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ elde ederiz. Benzerlikten $|AB|/|BC| = |BD|/|AB|$ ve böylece $|AB| = \sqrt{|BC| \cdot |BD|} = 2\sqrt{6}$ olur.

7. 83 ve 102 sayılarının ikisinin de n pozitif tam sayısına bölümünden kalan k pozitif tam sayısı ise, n nin k ya bölümünden kalan nedir?

Cevap: 5. $102 \equiv 83 \pmod{n}$ olduğuna göre, $19 \equiv 0 \pmod{n}$ ve $n|19$. O zaman n nin alabileceği tek değer 19 dur. Buradan $k = 7$ ve cevap 5 olur.

8. x ve y gerçel sayıları,

$$2x^2 - 3y = -\frac{17}{2}$$
$$y^2 - 4x = 7$$

eşitliklerini sağlıyorsa, $x + y$ kaçtır?

Cevap: $\dfrac{7}{2}$. Birinci eşitliğin iki katı ile ikinci eşitliği taraf tarafa toplarsak $4x^2 - 4x + y^2 - 6y = -10$ elde ederiz. Buradan, $(2x-1)^2 + (y-3)^2 = 0$ olur. Dolayısıyla $x = \dfrac{1}{2}$ ve $y = 3$ olup, $x + y = \dfrac{7}{2}$ bulunur.

9. $ABCD$ karesinin $[BC]$ kenarı üstünde $s(\widehat{EAB}) = 15^o$ koşulunu sağlayan bir E noktası alınıyor. AE doğrusuna C den çizilen dikmenin ayağı H noktası ve $|CH| = 2$ olduğuna göre, karenin alanı kaçtır?

Cevap: 8. $\angle CAB = 45°$ olduğundan $\angle CAH = 30°$ olur. ACH üçgeninin açıları $30°, 60°, 90°$ olduğundan $|AC| = 2|CH| = 4$ ve karenin alanı $4^2/2 = 8$ olmalıdır.

10. Tüm elemanları pozitif tam sayılar olan bir kümenin herhangi üç elemanının toplamı hep asal oluyorsa, bu kümenin en çok kaç elemanı olabilir?

Cevap: 4. $\{3, 7, 9, 31\}$ kümesinin herhangi üç elemanının toplamı asal sayıdır. Koşulları sağlayan kümenin eleman sayısı en az 5 olsun. Bu kümenin 3 elemanı (mod 3) te denk olamaz. O zaman kalanları 0,1 ve 2 olan üç eleman bulunur ve bu elemanların toplamı 3 ile bölünür, çelişki.

11. Rakamlarının toplamının karesi, karesinin rakamlarının toplamına eşit olan kaç iki basamaklı bileşik sayı vardır?

Cevap: 6. İki basamaklı sayının karesi en fazla $99^2 = 9801$ (dört basamaklı) olduğundan bu sayının karesinin rakamlarının toplamı 36 dan daha az olur. Demek ki sayının rakamlarının toplamı en fazla 5 olur. 10,12,14,20,21,22,30,32,40,50 sayılarından koşulu sağlayanlar 10,12,20,21,22,30 sayılarıdır.

12. $ABCD$ dikdörtgeninde E ve F noktaları sırasıyla, $[BC]$ ve $[CD]$ üstünde olmak üzere, $|BE| = 4$, $|CE| = 2$ ve $|CF| = |FD| = 5$ tir. G, AE ve BF doğrularının kesişim noktası olduğuna göre, $|GE|$ kaçtır?

Cevap: $\sqrt{29}/2$. $|AB| = |CD| = 10$ ve $|AD| = |BC| = 6$ dır. AE ile CD doğruları P noktasında kesişsin. Benzerlikten $|PC|/|AB| = |CE|/|EB| = 1/2$ ve buradan da $|PC| = 5$ olur. Yine benzerlikten $|PE|/|AE| = |CP|/|AB| = 1/2$ ve $|PG|/|AG| = |FP|/|AB| = 1$ olduğundan $|GE| = x$ dersek $|EP| = 2x$, $|AG| = 3x$ olur. ADP üçgeninde Pisagor teoreminden

$|AP|^2 = 6^2 + 15^2 = 261 = 9 \cdot 29$ ve $|AP| = 3\sqrt{29}$ buluruz. Buradan da $|GE| = |AP|/6 = \sqrt{29}/2$ elde ederiz.

13. $11a - \dfrac{1}{a} = b - \dfrac{11}{b}$ ve $a + b < 121$ koşullarını sağlayan kaç (a, b) pozitif tam sayı ikilisi vardır?

Cevap: 10.

$$11\Big(\frac{ab+1}{b}\Big) = \frac{ab+1}{a}$$

olduğundan $11a = b$ gelir. Buna göre, $a + b \leq 120$ olduğundan $12a \leq 120$ ve çözüm ikilileri $(a, b) = (1, 11), (2, 22), \ldots, (10, 110)$ olur.

14. $1 \leq a \leq 37$, $1 \leq b \leq 37$ koşullarını ve 37 nin $1 + 7a + 8b + 19ab$ yi bölmesini sağlayan kaç (a, b) tam sayı ikilisi vardır?

Cevap: 73. $19 \equiv 56 \pmod{37}$ olduğundan $1 + 7a + 8b + 19ab$ sayısının 37 ile bölünebilmesi için $1 + 7a + 8b + 56ab = (1 + 7a)(1 + 8b)$ sayısının 37 ile bölünebilmesi gerekir. 37 asal sayı olduğundan $1 + 7a$ ve $1 + 8b$ sayılarından en az biri 37 ile bölünmelidir. Dolayısıyla $a = 21$ ve $b = 23$ eşitliklerinden en az birisi sağlanmalıdır, bu da $2 \cdot 37 - 1 = 73$ tane (a, b) tam sayı ikilisi olduğunu gösterir.

15. Dar açılı bir ABC üçgeninin A köşesinden BC ye çizilen dikmenin ayağı H noktası, H noktasından AB ye çizilen dikmenin ayağı K noktasıdır. $|AH| = 6, |AC| = 10$ ve $s(\widehat{HAC}) = 2s(\widehat{BAH})$ olduğuna göre, $|HK|$ kaçtır?

Cevap: $6\sqrt{5}/5$. $[HA$ ışını üzerinde $|AL| = |AC| = 10$ şartını sağlayan bir L noktası alırsak $\angle HLC = \angle HAC/2 = \angle HAK$ ve $\triangle HAK \sim \triangle CLH$ olur. Pisagor teoreminden $|CL| = 8\sqrt{5}$ tir. Benzerlikten $|HK|/6 = 1/\sqrt{5}$ ve buradan da $|HK| = 6\sqrt{5}/5$ elde ederiz.

16. 120 metre uzunluğunda olan ve 60 km/saat hızla hareket eden bir trenin en arkasından sabit hızla trenle aynı yönde hareket eden bir kuşun, trenin en önüne gidip, hiç zaman kaybetmeden aynı hızla tekrar trenin en sonuna geri dönmesi için toplam 21 saniye gerekmektedir. Kuşun hızı kaç km/saat tir?

Cevap: 84. Kuşun trenin en önüne gitmesi t saniye, tekrar en sonuna geri dönmesi $21 - t$ saniye sürmüş olsun. Kuşun hızına ise x km/saat diyelim. 10

metre/saniye ile 36 km/saat birbirine eşit olduğundan,

$$\frac{120}{t} = \frac{10}{36}(x-60) \qquad \text{ve} \qquad \frac{120}{21-t} = \frac{10}{36}(x+60)$$

elde ederiz. Buradan, $\frac{36}{10}\cdot\left(\frac{1}{x-60}+\frac{1}{x+60}\right) = \frac{21}{120}$ olur. İfadeyi düzenlersek, $\frac{2x}{x^2-3600} = \frac{7}{144}$ ve $7x^2 - 288x - 25200 = 0$ elde ederiz. Sonuç olarak, $(x-84)(7x+300) = 0$ olup, $x = 84$ bulunur.

17. KARABURUN kelimesindeki harfler, herhangi iki ünlü yan yana gelmeyecek ve içinde UK geçmeyecek şekilde kaç farklı biçimde dizilebilir?

Cevap: 3600. İlk önce ünsüz harfleri sıralayalım: $\frac{5!}{2!}$. Daha sonra U harflerini ünsüz 5 harfın oluşturduğu 6 boşluğa yerleştirelim: UK ifadesinin geçmemesi nedeniyle $\binom{5}{2}$ farklı biçimde U ların yerleri seçilebilir. En son olarak kalan 4 boşluğun ikisine A harflerini yerleştirelim: $\binom{4}{2}$. Buna göre, cevap $\frac{5!}{2!}\binom{5}{2}\binom{4}{2} = 3600$ olur.

18. $AB//CD$ olan bir $ABCD$ yamuğunda, $|AB| = 6$, $|CB| = 3$ tür. E noktası CD doğrusu üstünde, $s(\widehat{EBC}) = s(\widehat{EBA})$ ve $|BE| = 5$ olduğuna göre, $|AE|$ kaçtır?

Cevap: $\sqrt{11}$. Paralellikten $\angle CEB = \angle EBA = \angle EBC$ ve buradan da $|EC| = |BC| = 3$ olur. $[EC$ ışını üzerinde $|CF| = 3$ şartını sağlayan E den farklı bir F noktası alalım. $|CE| = |CB| = |CF|$ olduğundan $\angle EBF = 90°$ olur. Pisagor teoreminden $|BF| = \sqrt{11}$ dir. $|EF| = |AB|$ ve $\angle FEB = \angle ABE$ olduğundan $\triangle FEB \cong \triangle ABE$ ve buradan da $|AE| = |BF| = \sqrt{11}$ elde ederiz.

19. $xy^2 = 128(x-1)^2$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y) pozitif tam sayı ikilisi vardır?

Cevap: 4. x ve $x-1$ sayıları aralarında asal olduğundan $x|128$. Demek ki x sayısının alabileceği değerler $k = 0, 1, \ldots, 7$ olmak üzere, $x = 2^k$ şeklindedir. Bunu denklemde yazarsak, $2^k y^2 = 128(2^k-1)^2$ gelir. k sayısı çift olursa, sol taraf tam kare olur ancak sağ taraf tam kare olmaz. $k = 1, 3, 5, 7$ değerleri için $y = (2^k-1)2^{(7-k)/2}$ gelir.

20. $\{1, 2, \ldots, 33\}$ kümesi, her altkümedeki en az bir sayı, aynı altkümedeki iki farklı sayının toplamına eşit olacak biçimde en çok kaç altkümeye ayrılabilir?

Cevap: 10. Her altkümede en az üç sayı bulunacaktır. Alt küme sayısı 11 olursa, her altkümede tam olarak üç sayı bulunacak ve sayılardan biri diğer ikisinin toplamı olacaktır. O zaman her altkümedeki sayılrın toplamı çift olur ve dolayısıyla tüm sayıların toplamı çift olur. Fakat $1 + 2 + \cdots + 33 = 33 \cdot 17 = 561$ tek sayıdır. 10 altküme için örnek verelim:

$\{1, 30, 31\}$, $\{2, 3, 5\}$, $\{4, 23, 27\}$, $\{6, 19, 25\}$, $\{7, 8, 15\}$, $\{9, 20, 29\}$, $\{10, 12, 22\}$, $\{11, 13, 24\}$, $\{14, 18, 32\}$, $\{16, 17, 33, 21, 26, 28\}$.

21. Bir ABC üçgeninde D, $[AC]$ nin orta noktası olmak üzere, $s(\widehat{DBC}) = 15^o$, $s(\widehat{ACB}) = 30^o$ olduğuna göre, $s(\widehat{BAC})$ nedir?

Cevap: $105°$. $[BC]$ üzerinde $\angle BDE = 15°$ olacak biçimde bir E noktası alalım. $\angle DEC = 30°$ olacağından $|BE| = |ED| = |DC| = |AD|$ olur. $\angle ADE = 60°$ olduğundan ADE bir eşkenar üçgendir. Buradan $\angle EAD = 60°$ ve $\angle AEB = \angle AEC = 90°$ elde ederiz. $|BE| = |AE|$ olduğundan $\angle BAE = 45°$ ve $\angle BAC = 105°$ buluruz.

14. ULUSAL İLKÖĞRETİM MATEMATİK OLİMPİYATI SINAVI - 2009

İkinci Bölüm

1. O merkezli bir çembere dışındaki bir A noktasından çizilen teğetler çembere B ve C noktalarında değiyor. $[BD]$ doğru parçası çemberin bir çapı olmak üzere, CD doğrusu, AB doğrusunu E noktasında kesiyor. AD ve OE doğrularının kesişme noktası F ise, $|AF|/|FD|$ oranını bulunuz.

Cevap: 1/2. $[BD]$ çap olduğundan $\angle BCE = 90°$ dir. Teğetlikten $|AB| = |AC|$ dir. $\angle CEB = 90° - \angle EBC = 90° - \angle ACB = \angle ACE$ olduğundan $|AE| = |AC| = |AB|$ olur. Menelaus teoreminden

$$\frac{|AF|}{|FD|} = \frac{|EA|}{|EB|} \cdot \frac{|BO|}{|OD|} = \frac{1}{2}$$

elde ederiz.
(veya, $[BE]$'nin orta noktası A ve $[BD]$'nin orta noktası O olduğundan F noktası BDE üçgeninin ağırlık merkezidir ve dolyısıyla $|AF|/|FD| = 1/2$ dir.)

2. Yan yana n birim kareden oluşan bir şeritin her birim karesine başlangıçta 0 veya 1 yazılmıştır. Her adımda, kendisinde 0 ve kendine bitişik tek bir karede 1 yazılı olan karelerdeki sayılar silinerek yerlerine 1; diğer karelerdeki sayılar da silinerek yerlerine 0 yazılıyor.

n nin hangi değerleri için, başlangıçtaki 0 ve 1 ler nasıl yerleştirilmiş olursa olsun, sonlu sayıda adım sonucunda bütün sayıların 0 olacağını belirleyiniz.

Cevap: $n = 1$ ve 3. $n = 1$ durumunda ilk adım sonucunda birim kareye yazılan sayı 0 olacaktır. $n = 3$ dorumunda başlangıçta sayılar 8 farklı şekilde yerleştirilebilir. Bu durumların her birinde sonlu sayıda adım sonucunda bütün sayılar 0 oluyor:

$(0, 0, 0) \to (0, 0, 0)$,
$(0, 0, 1) \to (0, 1, 0) \to (1, 0, 1) \to (0, 0, 0)$.
$(0, 1, 0) \to (1, 0, 1) \to (0, 0, 0)$.
$(0, 1, 1) \to (1, 0, 0) \to (0, 1, 0) \to (1, 0, 1) \to (0, 0, 0)$.
$(1, 0, 0) \to (0, 1, 0) \to ((1, 0, 1) \to (0, 0, 0)$.
$(1, 0, 1) \to (0, 0, 0)$.
$(1, 1, 0) \to (0, 0, 1) \to (0, 1, 0) \to (1, 0, 1) \to (0, 0, 0)$.
$(1, 1, 1) \to (0, 0, 0)$.

Şimdi n nin tüm diğer değerleri için sonlu adım sonucunda bütün sayıların 0 olmadığı örnekler verelim.

$k = 0, 1, \ldots$ olmak üzere, $n = 4k + 2$ durumunda başlangıçtaki dizilim soldan başlayarak k tane $(1, 0, 0, 1)$ dörtlüsünden ve 1 tane $(1, 0)$ ikilisinden oluşursa; tek sayıda adım sonucunda dizilim soldan başlayarak k tane $(0, 1, 1, 0)$ dörtlüsünden ve 1 tane $(0, 1)$ ikilisinden, çift sayıda adım sonucunda ise soldan başlayarak k tane $(1, 0, 0, 1)$ dörtlüsünden ve 1 tane $(1, 0)$ ikilisinden oluşacaktır.

$k = 0, 1, \ldots$ olmak üzere, $n = 4k$ durumunda başlangıçtaki dizilim soldan başlayarak k tane $(1, 0, 0, 1)$ dörtlüsünden oluşursa; tek sayıda adım sonucunda dizilim soldan başlayarak k tane $(0, 1, 1, 0)$ dörtlüsünden, çift sayıda adım sonucunda ise soldan başlayarak k tane $(1, 0, 0, 1)$ dörtlüsünden oluşacaktır.

$k = 0, 1, \ldots$ olmak üzere, $n = 4k + 5$ durumunda başlangıçtaki dizilim soldan başlayarak 1 tane $(1, 0, 0, 0, 1)$ beşlisinden ve k tane $(1, 0, 0, 1)$ dörtlüsünden oluşursa; tek sayıda adım sonucunda dizilim soldan başlayarak 1 tane $(0, 1, 0, 1, 0)$ beşlisinden ve k tane $(0, 1, 1, 0)$ dörtlüsünden, çift sayıda adım sonucunda ise soldan başlayarak 1 tane $(1, 0, 0, 0, 1)$ beşlisinden ve k tane $(1, 0, 0, 1)$ dörtlüsünden oluşacaktır.

$k = 0, 1, \ldots$ olmak üzere, $n = 4k + 7$ durumunda başlangıçtaki dizilim soldan başlayarak 1 tane $(1, 0, 0, 0, 1)$ beşlisinden, k tane $(1, 0, 0, 1)$ dörtlüsünden ve 1 tane $(1, 0)$ ikilisinden oluşursa; tek sayıda adım sonucunda dizilim soldan başlayarak 1 tane $(0, 1, 0, 1, 0)$ beşlisinden, k tane $(0, 1, 1, 0)$ dörtlüsünden ve 1 tane $(0, 1)$ ikilisindan, çift sayıda adım sonucunda ise soldan başlayarak 1 tane $(1, 0, 0, 0, 1)$ beşlisinden, k tane $(1, 0, 0, 1)$ dörtlüsünden ve 1 tane $(1, 0)$ ikilisinden oluşacaktır.

3. n tam sayısının tam olarak altı tane pozitif böleni vardır ve bunlar sırasıyla, $1 < a < b < c < d < n$ dir. $k = a - 1$ olmak üzere, n nin yukarıda k inci sırada geçen böleni, $(1 + a + b)b$ sayısına eşitse, n sayısının alabileceği tüm değerleri bulunuz.

Cevap: $n = 2009$. Öncelikle $1 + a + b$ sayısı n nin bir böleni olmalıdır ve açıkça $1 + a + b > b$ olduğu görülür. Dolayısıyla $1 + a + b \geq c$ olur. Diğer taraftan, n nin tam olarak altı tane pozitif böleni olduğundan $n = bc$ dir, bu da $bc \geq (1 + a + b)b$ ve dolayısıyla $c \geq 1 + a + b$ olduğunu gösterir. Sonuç olarak, $1 + a + b = c$ ve $k = a - 1 = 6$ elde ederiz. Buradan, $n = (b + 8)b$ sayısının pozitif bölenleri $1 < 7 < b < b + 8 < d < b(b + 8)$ olur. Ek olarak, n sayısının tam olarak 6 tane pozitif böleni olması için, p ve q asal sayılar olmak üzere, $n = p^2q$ veya $n = p^5$ olmalıdır. 7 sayısı n nin bir böleni olduğundan, ilk durumda $p = 7$ veya $q = 7$ dir, ikinci durumda ise $n = 7^5$ tir.

- $p = 7$ ise, $a = 7$ olduğundan $q > 7$ olur. $q > 7^2$ ise, $7^2 = b$ ve $q = b + 8$ elde ederiz, buradan $q = 57$ olur fakar 57 asal sayı değildir. $q < 7^2$ ise, $b = q$ ve $b + 8 = 7^2$ elde ederiz, buradan $q = 41$ ve $n = 7^2 \cdot 41 = 2009$ bulunur.

- $q = 7$ ise, $a = 7$ olduğundan $p > 7$ olur. Buradan $b = p$ ve $b + 8 = 7p$ elde ederiz, bu da $6p = 8$ olduğunu gösterir ki, bu mümkün değildir.

- $n = 7^5$ ise, $b = 7^2$ ve $b + 8 = 7^3$ olup, $7^3 - 7^2 = 8$ elde ederiz, bu doğru değildir.

Sonuç olarak, sadece $n = 2009$ olabilir.